

PRILOG RASMATRANJU MODELA NOSEĆE STRUKTUREMAŠINA ZA OBRADU MATERIJALA DEFORMISANJEMOTVORENOG TIPA x)

Dr Predrag V. Popović, dipl.ing.,
redovni profesor Mašinskog fakul-
teta Univerziteta u Nišu

1. UVOD

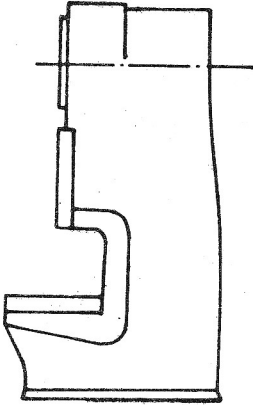
Noseća struktura mašina za obradu materijala deformisanjem otvorenog tipa, prikazana na slici 1, svodi se, vrlo često, pri teorijskim rasmatranjima na:

- otvoreni okvir ABCD, prikazan na slici 2, ili
- konzolu ABC, prikazanu na slici 3.

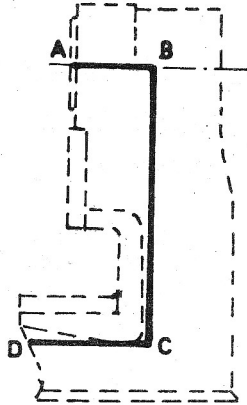
Na ovim modelima razvijeni su mnogi metodi inženjerskih proračuna noseće strukture ovog tipa, pa se s toga u ovom radu daje uporedna analiza postavljena dva modela, kako bi se uočile neke relativno male razlike u dobijenim rezultatima, kada se rasmatraju elastične deformacije noseće strukture.

-
- x) Ovaj rad predstavlja deo naučno-istraživačkog projekta ISTRAŽIVANJE I RAZVOJ METODA PROJEKTOVANJA I PRORACUNA SAVREMENIH SREDSTAVA I METODA OBRADU MATERIJALA DEFORMISANJEM SA ISPITIVANJEM OBRADIVOSTI DOMAĆIH MATERIJALA ZAKLJUČNO DO VERIFIKACIJE U EKSPLOATACIJI, u čijem finansiranju učestvuje Republička zajednica nauke Srbije.

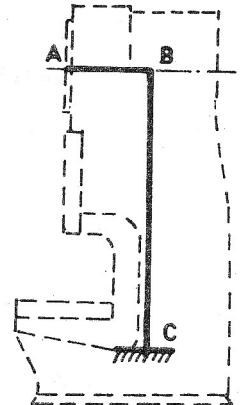
Naime, u ovom radu se rasmatraju pomeranja tačaka A i B na nosećoj strukturi, jer su ona od izuzetnog interesa za sva tretiranja uticaja elastičnih deformacija noseće strukture na fenomene koji proističu kao njihove posledice, a koji utiču na konstrukcijsko-tehnološke karakteristike mašine u celini, odnosno utiču na njeno ponašanje u eksploataciji.



Slika 1.



Slika 2.



Slika 3.

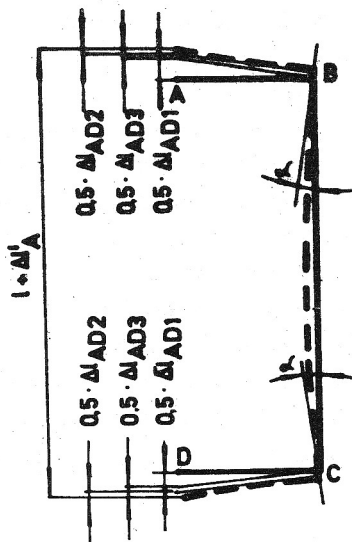
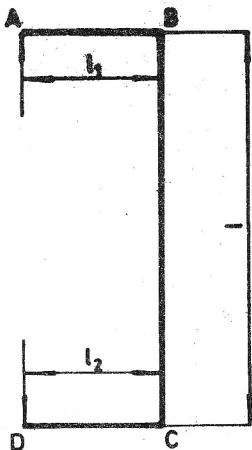
2. OTVORENI OKVIR

Za vreme obrade materijala, u radnom prostoru mašine, javljaju se otpori kretanju radnim delovima alata, a koji su posledica odupiranja predmeta obrade deformisanju. Ovi otpori se prenose na noseću strukturu - dejstvujući na nju kao spoljašnje opterećenje.

Kako je u ovom slučaju noseća struktura svedena na otvoreni okvir ABCD, to se rasmatranje noseće strukture svodi na rasmatranje tog okvira opterećenog silama (F), kako je prikazano na slici 4, pri čemu se okvir ABCD može svesti na okvir sa jednakim kracima AB i CD, odnosno okvir u koga je $l_1 = l_2$, pošto su delovi alata, kojim se deformiše materijal, obično centrično postavljeni u radnom prostoru mašine.

Prema tome, pod dejstvom spoljašnjeg opterećenja, okvir će

se elastično deformisati, što će dovesti do njegovog tzv. otvaranja, odnosno što će dovesti do promene rastojanja tačaka A i D, kako je prikazano na slici 5.



Slika 4.

Slika 5.

Promena rastojanja tačaka A i D nastaje usled:

1. Savijanja štapa BC, odnosno savijanja stuba noseće strukture:

$$\Delta l_{AD1} = 2 \cdot \alpha \cdot l_1 = 2 \cdot \frac{M}{E \cdot I} \cdot \frac{l \cdot l_1}{2} = F \cdot \frac{l \cdot l_1^2}{E \cdot I} \quad (1)$$

2. Savijanja krakova AB i CD:

$$\Delta l_{AD2} = \frac{F \cdot l_1^3}{3} \cdot \left(\frac{1}{E \cdot I_1} + \frac{1}{E \cdot I_2} \right) \quad (2)$$

3. Izduženja štapa BC, odnosno izduženja stuba noseće strukture:

$$\Delta l_{AD3} = \frac{F \cdot l}{E \cdot A} \quad (3)$$

- gde su: E - modul elastičnosti;
 I - moment inercije poprečnog preseka stuba noseće strukture;
 I_1 - moment inercije poprečnog preseka kraka AB;
 I_2 - moment inercije poprečnog preseka kraka CD;
 A - površina poprečnog preseka stuba noseće strukture;
 l - dužina štapa BC, odnosno rastojanje težišnih osa krakova AB i CD;
 l_1 - dužina kraka AB;
 l_2 - dužina kraka CD;
 α - ugao tangente na elastičnu liniju štapa BC i
 $M = F \cdot l_1$ - momet savijanja.

Prema tome, ukupno pomeranje tačke A u vertikalnom pravcu je:

$$\Delta l'_A = \frac{F}{E} \cdot \left(\frac{l \cdot l_1^2}{I} + \frac{l_1^3}{3} \cdot \frac{I_1 + I_2}{I_1 \cdot I_2} + \frac{l}{A} \right) \quad (4)$$

Ako se uvedu relacije:

$$\lambda_1 = \frac{l}{l_1} \quad (5)$$

$$\lambda_2 = \frac{I_1}{I} \quad (6)$$

$$\lambda_3 = \frac{I_2}{I} \quad (7)$$

podelom izraza (1) i (2) se dobija:

$$\Delta l_{AD1} = 3 \cdot \frac{\lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3}{\lambda_2 + \lambda_3} \cdot \Delta l_{AD2} \quad (8)$$

ili za $I_1 \approx I_2$ (što u praksi nije redak slučaj), postaje $\lambda_2 \approx \lambda_3$, pa izraz (8) dobija oblik:

$$\Delta l_{AD1} = \frac{3}{2} \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \Delta l_{AD2} \quad (9)$$

Zna se da je u stvarnih mašina sa nosećom strukturom ovog tipa $l > l_1$, pa je $\lambda_1 > 1$, a iz konstruktivnih razloga je $I_1 > I$ i $I_2 > I$, te su i $\lambda_2 > 1$ i $\lambda_3 > 1$.

Prema tome, na osnovi jednačine (8), odnosno jednačine (9), promena rastojanja tačaka A i D usled elastičnog savijanja stuba mašine BC je veće, nego promena njihovih rastojanja usled savijanja krakova AB i CD, pa se s toga deformacija Δl_{AD2} može zanemariti, i to naročito u nosećih struktura malog dohvata.

Takodje se podelom izraza (1) i (3) dobija:

$$\Delta l_{AD1} = \frac{A \cdot l_1^2}{I} \cdot \Delta l_{AD3} \quad (10)$$

Kako $A \cdot l_1^2$ predstavlja položajni moment inercije za osu izvan preseka, to je $A \cdot l_1^2 \gg I$, pa je i $\Delta l_{AD1} \gg \Delta l_{AD3}$, što znači da se i deformacija Δl_{AD3} može zanemariti.

Na osnovi izloženog proizlazi da se u inženjerskim proračunima sa zadovoljavajućom tačnošću može izračunavati pomeranje tačke A u vertikalnom pravcu korišćenjem izraza (1).

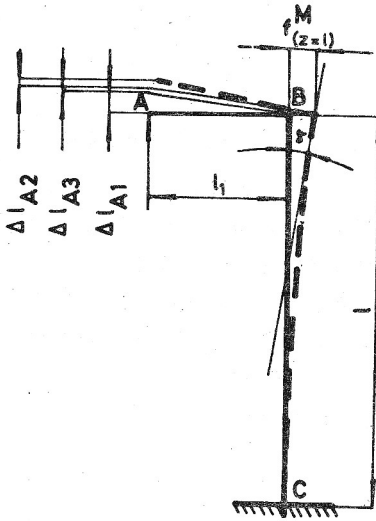
Medjutim, kako je već rečeno, pored pomeranja tačke A u vertikalnom pravcu, od interesa je poznavati i pomeranje tačke B u horizontalnom pravcu. Ovo pomeranje, obzirom da je radni sto vezan za postolje (krak CD), i da ostaje uvek u horizontali, iznosi:

$$\Delta l_B = \alpha \cdot l = \frac{F \cdot l^2 \cdot l_1}{2 \cdot E \cdot I} \quad (11)$$

3. KONZOLA

U ovom slučaju je noseća struktura svedena na konzolu ABC, kako je prikazano na slici 3, a koja će se pod dejstvom spoljaš-

njeg opterećenja silom (F) elastično deformisati, kako je prikazano na slici 6.



Pomeranje tačke A u vertikalnom pravcu nastaje usled:

1. Savijanja konzole BC:

$$\Delta l_{A1} = \gamma \cdot l_1 = \frac{F \cdot l_1^2 \cdot l}{E \cdot I} \quad (12)$$

2. Savijanja kraka AB:

$$\Delta l_{A2} = \frac{F \cdot l_1^3}{3 \cdot E \cdot I_1} \quad (13)$$

3. Izduženja konzole BC:

$$\Delta l_{A3} = \frac{F \cdot l}{E \cdot I} \quad (14)$$

Slika 6.

Prema tome, u slučaju svodjenja noseće strukture na konzolu, ukupno pomeranje tačke A u vertikalnom pravcu je:

$$\Delta l''_A = \frac{F}{E} \cdot \left(\frac{l \cdot l_1^2}{I} + \frac{l_1^3}{3 \cdot I_1} + \frac{l}{I} \right) \quad (15)$$

Istim postupkom, kao i u predhodnom poglavlju, dobijaju se sledeće relacije, i to:

$$\Delta l_{A1} = 3 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \Delta l_{A2} \quad (16)$$

$$i \quad \Delta l_{A2} = \frac{\lambda \cdot l_1^2}{I} \cdot \Delta l_{A3} \quad (17)$$

Analizom izraza (16) i (17) jasno proizlazi i u ovom slučaju, da se mogu, u inženjerskim proračunima, zanemariti pomeranja Δl_{A2} i Δl_{A3} kao višestruko manje veličine u odnosu na pomeranje

nje Δl_{A1} .

Najzad, pomeranje tačke B u horizontalnom pravcu, za slučaj svodjenja noseće strukture na konzolu, je:

$$\Delta l_B = f_{(z=l)}^M = \frac{M \cdot l^2}{2 \cdot E \cdot I} = \frac{F \cdot l^2 \cdot l_1}{2 \cdot E \cdot I} \quad (18)$$

gde je: $f_{(z=l)}^M$ - ugib konzole opterećene momentom M na kraju.

4. ZAVRŠNA RASMATRANJA

Da bi se za tretirana dva modela uporedili dobijeni izrazi za izračunavanje pomeranja tačke A u vertikalnom pravcu, potrebno je podeliti izraz (4) izrazom (15), posle čega se, nakon sredjivanja, dobija:

$$\Delta l'_A = \left(1 + \frac{1}{C}\right) \cdot \Delta l''_A \quad (19)$$

gde je: $C = 1 + 3 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 + \frac{3 \cdot \lambda_1^2 \cdot I_1}{l_1^2 \cdot A}$

Analizom vrednosti parametra C može se staviti da je: $\frac{1}{C} \approx 0$, jer je $\lambda_1 > 1$ i $\lambda_2 > 1$, odnosno $C \gg 1$, pa se $\frac{1}{C}$ zanemaruje kao mala veličina drugog reda, i dobija:

$$\Delta l'_A \approx \Delta l''_A \quad (20)$$

Isto tako se vidi da razlike u izrazu za pomeranje tačke B u horizontalnom pravcu nema, jer su izrazi (11) i (18) identični.

5. ZAKLJUČAK

Na osnovi iznetog u predhodnim poglavljima mogu se izvući sledeći zaključci, i to:

1. U obadva modela elastične deformacije štapa BC, odnosno stuba noseće strukture mašine su od najvećeg uticaja na

- veličinu pomeranja tačaka A i B.
2. Pri proračunu pomeranja tačke A nešto tačnije rezultate daje model prikazan na slici 2, u odnosu na model prikazan na slici 3. Međutim, razlika je, specijalno u mašina sa malim dohvatom, neznatna, i za inženjerske proračune od malog uticaja.
 3. Pri proračunu pomeranja tačke B u horizontalnom pravcu, dobijaju se identični rezultati korišćenjem bilo kojeg od dva rasmatrana modela.

L i t e r a t u r a :

- /1/ P.V.Popović: Elastične deformacije tela mehaničkih presa otvorenog tipa kao izvori pojave nepoželjnih inercijalnih sila. TEHNIKA, br. 9, 1968, Beograd.
- /2/ P.V.Popović: Uticaj svojstava materijala pri deformativnoj obradi na elastično ponašanje tela mehaničkih krivajnih presa otvorenog tipa u vezi štetnog delovanja inercijalnih sila. Doktorska disertacija odbranjena 1972.
- /3/ P.V.Popović: Uticaj vrste obrade materijala deformativnom na elastične deformacije obradnog sistema. Zbornik radova sa simpozijuma BIAM'73 - Zagreb, 1973.
- /4/ P.V.Popović: Neka rasmatranja uticaja zazora i uslova vođenja izvršnog organa mašine na obradu materijala deformativnom na njegova odstupanja od optimalnog položaja u toku procesa obrade. TEHNIKA, broj 1, 1974, Beograd.
- /5/ D.Rašković: Mehanika I - statika, Beograd, 1949.
- /6/ D.Rašković: Otpornost materijala, Beograd, 1960.

P. Popević

PRIOLOG RASMATRANJU MODELA NOSEĆE STRUKTURE MAŠINA
ZA OBRADU MATERIJALA DEFORMISANJEM OTVORENOG TIPA

R e z i m e

U radu se daje uporedna analiza dva modela tela otvorenog tipa, prikazanih na slikama 2 i 3, i dolazi se do sledećih zaključaka:

1. U obadva modela od najvećeg uticaja su elastične deformacije stuba BC na veličine pomeranja tačaka A i B.
2. Pri proračunu pomeranja tačke B u horizontalnom pravcu dobijaju se identični rezultati nezavisno od modela.
3. Za pomeranje tačke A tačnije rezultate daje model na slici 2.

BEILAGE DER BETRACHTUNG VON MODELL DER TRÄGERSTRUKTUR
DER UMFORMMASCHINEN DES OFFENEN TYPUS

Z u s a m m e n f a s s u n g

In der Arbeit wird vergleichbare Analyse zweier Modelle von Körper des offenen Typs, die in Abb. 2 und 3 dargestellt sind, gegeben.

1. In beiden Modellen haben elastische Formänderungen des Körpers BC den grössten Einfluss auf die Grössen der Verschiebung der Punkte A und B.
2. Bei Berechnung der Verschiebung von Punkt B in der horizontalen Richtung erreicht man identische Ergebnisse, auf die Modelle keinen Einfluss haben.
3. Zur Verschiebung von Punkt A erreicht man genauere Ergebnisse durch Modell, Abb. 2.