

ВЛИЈАНИЕ НА АНИЗОТРОПИЈАТА ВРЗ НАПОНСКАТА
И ДЕФОРМИСАНА СОСТОЈБА ПРИ ИЗВЛЕКУВАЊЕ
НА ЦИЛИНДРИЧНИ САДОВИ

Васил Н. Стрезов, дипл. инж.,
доцент на Машинскиот факултет
во Скопје.

1. Увод

Пластичната анизотропија, која кај поедини материјали може да биде послабо или појако изразена, при некои процеси на обликување лимови може да игра видна улога.

Постоењето на разлики во пластичните особини на материјалот во поедини правци во процесите на ладно обликување, чак и при симетрични оптоварувања, доведува до појава на нерамномерни деформации. Во зависност од карактерот на анизотропијата и условите на деформисањето, ово може значително да влијае врз самиот процес, а често да претставува и ограничувачки фактор за натамошно деформисање.

Современата теорија на пластичната анизотропија во извесна мерка пружа можност да се разјаснат некои проблеми сврзани со распоредот на деформациите и напоните при пластично деформисање.

Во зависност од условите на деформисањето, при обликувањето на лимови, во зоната на деформацијата се формираат карактеристични правци на екстремни нормални деформации. Во тие правци, кои претставуваат заеднички оски на главните напони и деформации, може да се смета дека деформацијата се одвива монотонно и да се применат основните законитости кои важат за изотропни материјали.

при извлекување на цилиндрични садови од округла плоча, поради симетричност на оптоварувањето, во тие правци тангенцијалните напони ќе бидат рамни на нула. Во другите правци тие ќе постоат како резултат од нерамномерноста на деформациите поради анизотропноста на пластичните особини.

2. Услови на пластичност во зоната на деформацијата

За анизотропни материјали со три ортогонални рамнини на симетрија, чии што пресеци ги образуваат главните оски на анизотропијата, според Хил условот за пластичност може да се напише во облик:

$$2f \equiv F(\sigma_y - \sigma_z)^2 + G(\sigma_z - \sigma_x)^2 + H(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 2(L\tau_{yz}^2 + M\tau_{zx}^2 + N\tau_{xy}^2) = 1 \quad (1)$$

Каде што за координатен систем X, Y, Z се усвоени главните оски на анизотропијата, а F, G, H, L, M и N се тековни параметри на анизотропијата.

При извлекување на плитки садови, при што процесот може да се одвива без примена на придржувач на лим, може да се усвои дека во целата зона на деформацијата $\sigma_z = 0$, а исто така и $\tau_{yz} = \tau_{zx} = 0$, така што општиот услов за пластичност (1) добива облик:

$$2f \equiv (G+H)\sigma_x^2 + (F+H)\sigma_y^2 - 2H\sigma_x\sigma_y + 2N\tau_{xy}^2 = 1 \quad (1a)$$

Извлекувањето на подлабоки садови, поради опасност од појава на набори, се извршува со примена на придржувачи кои делуваат преку целиот процес. Поради фактот што извесни сектори од зоната на деформацијата имаат позитивен а други негативен прираст на дебелината, зоната на деформацијата ќе се подели на два сектори со различни услови на течењето.

При употреба на крути придржувачи на лим, со растојание помеѓу површината на матрицата и придржувачот еднакво на појдовната дебелина на лимот S_0 , и ако се занемарат еластичните деформации на системот во секторот на допирот, процесот ќе се одвива при рамнинска деформисана состојба, одн. $\sigma_z = 0$.

Од условот да функцијата (1) претставува пластичен потенцијал, одн. од познатите соодноси помеѓу прирастот на деформациите и напоните:

$$d\delta_{ij} = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \quad (2)$$

при $dz = 0$ се определува дополнителниот услов за рамнинска деформирана состојба за анизотропни материјали, во облик:

$$\sigma_z = \frac{G\sigma_x + F\sigma_y}{G + F} \quad (3)$$

Внесувајќи го последниот услов во општиот израз (1) и при претпоставка да може да се усвои $\tau_{yz} = \tau_{zx} = 0$ ќе се добие условот за пластичност во секторот на допир помеѓу придржувачот и лимот:

$$B(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 2N\tau_{xy}^2 = 1 \quad (16)$$

Каде што е $B = \frac{FG + GH + FH}{F + G}$

Во останатиот сектор ќе владее рамнинска напонска состојба зашто $\sigma_z = 0$, а условот за пластичност ќе биде дефинисан со (1a).

Ширината на секторот при кој $\sigma_z = 0$ е дефинисан со условот:

$$\sigma_x = -\frac{F}{G} \sigma_y \quad (4)$$

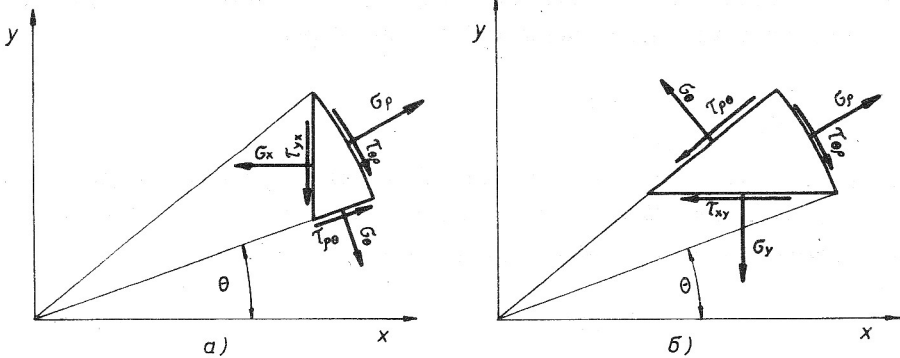
и постојано ќе се намалува со намалувањето на ширината на венецот.

При извлекување со еластични придржувачи, одн. со системи кои осигуруваат постојана сила на придржување, секторот на допир нема да биде ограничен со условот (4) зашто позитивниот прираст на дебелината не е ограничен со системот. Затоа, во тој сектор, $\sigma_x < \sigma_y$ а достигнува големини помали од тие определени со (3) што доведува до извесно зголемување на секторот при кој $\sigma_z = 0$.

Анализата ќе ја извршиме за двата карактеристични процеси, т.е. за извлекување без придржувач и со крут придржувач на лимот. При тоа, ќе усвоиме цилиндричен координатен систем и ќе претпоставиме $\tau_{\rho\theta} \neq 0$.

Од пресметковните шеми на сл.1 се определуваат следните соодноси:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \sigma_\rho \cos^2 \theta + \tau_{\rho\theta} \sin 2\theta + \sigma_\theta \sin^2 \theta \\ \sigma_y &= \sigma_\rho \sin^2 \theta - \tau_{\rho\theta} \sin 2\theta + \sigma_\theta \cos^2 \theta \\ \tau_{xy} &= \frac{1}{2} (\sigma_\rho - \sigma_\theta) \sin 2\theta - \tau_{\rho\theta} \cos 2\theta \end{aligned} \quad (5)$$



Сл. 1

Со замена на соодветните вредности за σ_x , σ_y и τ_{xy} во (1a) ќе се добие условот за пластична состојба при $\sigma_z = 0$ за новиот координатен систем во било кој правец θ .

$$\begin{aligned}
 2f \equiv & \sigma_\rho^2 [F \sin^2 \theta + G \cos^2 \theta + H - \frac{1}{4}(F+G+4H-2N) \sin^2 2\theta] + \\
 & + \sigma_\theta^2 [F \cos^2 \theta + G \sin^2 \theta + H - \frac{1}{4}(F+G+4H-2N) \sin^2 2\theta] - \\
 & - 2\sigma_\rho \sigma_\theta [H - \frac{1}{4}(F+G+4H-2N) \sin^2 2\theta] + \\
 & + 2\sigma_\rho \tau_{\rho\theta} [(G+2H-N) \cos^2 \theta - (F+2H-N) \sin^2 \theta] \sin 2\theta - \\
 & - 2\sigma_\theta \tau_{\rho\theta} [(F+2H-N) \cos^2 \theta - (G+2H-N) \sin^2 \theta] \sin 2\theta + \\
 & + \tau_{\rho\theta}^2 [(F+G+4H-2N) \sin^2 2\theta + 2N] = 1.
 \end{aligned} \tag{6}$$

На ист начин се добива и условот за пластичност при рамнинска деформисана состојба:

$$\begin{aligned}
 2f \equiv & (\sigma_\rho - \sigma_\theta)^2 (B \cos^2 2\theta + \frac{N}{2} \sin^2 2\theta) - 2(\frac{N}{2} - B)(\sigma_\rho - \sigma_\theta) \tau_{\rho\theta} \sin 4\theta + \\
 & + 4\tau_{\rho\theta}^2 (B \sin^2 2\theta + \frac{N}{2} \cos^2 2\theta) = 1
 \end{aligned} \tag{7}$$

Од изразите (6) и (7) може лесно да се заклучи дека при параметри на анизотропијата $F = G$ и $N = F + 2H = G + 2H = 2B$, пластичната состојба нема да зависи од θ , така што рамнината XY може да се смета за рамнина на изотропијата. При извлекување на цилиндрични садови

од округла плоча, поради симетричност на оптоварувањето, при такви материјали во сите пресеци $\theta = \text{const}$ $\tau_{\rho\theta} = 0$, а нормалните напони ќе бидат главни.

При извлекување на материјали со параметри на анизотропијата $G + 2H \neq N \neq F + 2H$, независно од шемата на оптоварувањето, во рамните $\rho = \text{const}$. и $\theta = \text{const}$. ќе се појават тангенцијални напони, а нормалните напони нема да бидат променливи само по ρ туку и по координатата θ . Нормалните напони ќе бидат главни само во тие карактеристични правци при кои $\tau_{\rho\theta} = 0$.

3. Прираст на деформациите во зоната на венецот

Прирастот на деформациите, при веќе усвоените шеми на напоните, може да се определи од условот (2).

За рамнинска напонска состојба прирастот на деформациите ќе изнесува:

$$\begin{aligned}
 d\delta_{\rho} &= d\lambda \left\{ \sigma_{\rho} [F \sin^2 \theta + G \cos^2 \theta + H - \frac{1}{4}(F + G + 4H - 2N) \sin^2 2\theta] - \right. \\
 &\quad - \tau_{\rho\theta} [H - \frac{1}{4}(F + G + 4H - 2N) \sin^2 2\theta] + \\
 &\quad \left. + \tau_{\rho\theta} [(G + 2H - N) \cos^2 \theta - (F + 2H - N) \sin^2 \theta] \sin 2\theta \right\}; \\
 d\delta_{\theta} &= d\lambda \left\{ \sigma_{\theta} [F \cos^2 \theta + G \sin^2 \theta + H - \frac{1}{4}(F + G + 4H - 2N) \sin^2 2\theta] - \right. \\
 &\quad - \sigma_{\rho} [H - \frac{1}{4}(F + G + 4H - 2N) \sin^2 2\theta] + \\
 &\quad \left. + \tau_{\rho\theta} [(F + 2H - N) \cos^2 \theta - (G + 2H - N) \sin^2 \theta] \sin 2\theta \right\}; \\
 d\delta_z &= -d\lambda [\sigma_{\rho} (F \sin^2 \theta + G \cos^2 \theta) + \sigma_{\theta} (F \cos^2 \theta + G \sin^2 \theta) - \tau_{\rho\theta} (F - G) \sin 2\theta]; \\
 2d\gamma_{\rho\theta} &= d\lambda \left\{ \tau_{\rho\theta} [(F + G + 4H - 2N) \sin^2 2\theta + 2N] + \right. \\
 &\quad + \sigma_{\rho} [(G + 2H - N) \cos^2 \theta - (F + 2H - N) \sin^2 \theta] \sin 2\theta - \\
 &\quad \left. - \sigma_{\theta} [(F + 2H - N) \cos^2 \theta - (G + 2H - N) \sin^2 \theta] \right\}. \tag{8}
 \end{aligned}$$

На ист начин се определува и прирастот на деформациите за рамнинска деформисана состојба:

$$d\delta_\rho = d\lambda \left[(\sigma_\rho - \sigma_\theta) \left(B \cos^2 2\theta + \frac{N}{2} \sin^2 2\theta \right) - \tau_{\rho\theta} \left(\frac{N}{2} - B \right) \sin 4\theta \right];$$

$$d\delta_\theta = -d\delta_\rho$$

$$d\delta_z = 0$$

(9)

$$2d\tau_{\rho\theta} = d\lambda \left[4\tau_{\rho\theta} \left(B \sin^2 2\theta + \frac{N}{2} \cos^2 2\theta \right) - \left(\frac{N}{2} - B \right) (\sigma_\rho - \sigma_\theta) \sin 4\theta \right].$$

$$\text{Каде што е } d\lambda = \frac{3}{2A} \frac{d\epsilon_i}{\epsilon_i}$$

$d\epsilon_i$ - прираст на еквивалентната деформација,

ϵ_i - интензивност на нормалните напони

$$A = F + G + H$$

Изразите (8) и (9) покажуваат дека, во општ случај, при деформирање на анизотропни материјали нормалните деформации ќе зависат не само од нормалните туку и од тангенцијалните напони. Исто така и тангенцијалните деформации ќе зависат од тангенцијалните и нормалните напони. Ова појава е евидентна и за еластичното подрачје на деформации и е карактеристична за анизотропните материјали.

4. Гранични услови на напоните и деформациите

Веднаш по отпочнување на извлекувањето по целата ширина на венечот се образува зона на пластични деформации дефинисани со условите (6) или (7). Независно од напонската шема, радијалните напони се позитивни и растат од нула на периферијата до некоја максимална вредност кон средиштето, а циркуларните се негативни и по апсолутна вредност максимални на периферијата, а опаѓаат кон средиштето.

Претпоставените тангенцијални напони на местата каде што владее линијска состојба (при $\rho = R$, $\sigma_\rho = 0$ и $\rho = \bar{\rho}$, $\sigma_\theta = 0$) имаат нулта вредност но во поедини меридијански пресеци на зоната можат да бидат позитивни или негативни.

Поради постоење на тангенцијални напони, во општ случај, правците на главните напони нема да се совпаднаат со правците на главните деформации.

Аголот што го заклапаат главните напони ϵ_1 и ϵ_2 , во однос на σ_ρ и σ_θ :

$$\operatorname{tg} \chi = \frac{2\tau_{\rho\theta}}{\sigma_\rho - \sigma_\theta} \quad (10)$$

постојано ќе се менува.

Исто така и аголот што го заклапа прирастот на главните деформации $d\delta_1$ и $d\delta_2$ во однос на $d\delta_\rho$ и $d\delta_\theta$

$$\operatorname{tg}\psi = \frac{2d\gamma_{\rho\theta}}{d\delta_\rho - d\delta_\theta} \quad (11)$$

ќе претставува променлива големина.

На местата при кои ќе се совпаднат тие правци одн. при $\operatorname{tg}\chi = \operatorname{tg}\psi$, ќе се совпаднат и оските на главните напони со тие на главните деформации.

Тој услов, кој во теоријата е познат и во облик:

$$\frac{d\delta_\rho - d\delta_\theta}{\sigma_\rho - \sigma_\theta} = \frac{d\gamma_{\rho\theta}}{\tau_{\rho\theta}} \quad (12)$$

за симетрично оптоварување, кога други тангенцијални напони освен претпоставените во рамнините $\theta = \text{const}$ не постоат, ќе биде задоволен само при $\tau_{\rho\theta} = 0$.

Користејќи се со изразите (8) и последниот услов, за рамнинска напонска состојба, ово совпаѓање ќе се постигне во правците $\theta_1 = 0$, $\theta_2 = 90^\circ$ и во правецот θ_3 определен со изразот:

$$\operatorname{tg}^2\theta_3 = \frac{F+2H-N - \frac{\sigma_\rho}{\sigma_\theta}(G+2H-N)}{G+2H-N - \frac{\sigma_\rho}{\sigma_\theta}(F+2H-N)} \quad (13)$$

За рамнинска деформисана состојба, согласно изразите (9), совпаѓање на главните правци ќе се постигне при $\theta_1 = 0$, $\theta_2 = 90^\circ$ и $\theta_3 = 45^\circ$.

Од добиените вредности може да се констатира дека, независно од напонската шема, во правците на валањето ($\theta_1=0$) и нормално на тој правец ($\theta_2=90^\circ$), правците на главните деформации ќе се совпаднат со тие на главните напони. Ово произлегува од условот за ортотропност при што овие правци беа усвоени како главни правци на анизотропијата.

Освен тие два, при рамнинска деформисана состојба, се формираат уште два постојани правци $\theta_3 = 45^\circ$ како и $\theta_3 = 135^\circ$. Ово секако произлегува од условот $d\delta_2 = 0$, одн. $d\delta_\rho = -d\delta_\theta$.

При рамнинска напонска состојба, согласно (13), θ_3 ќе биде постојан само при $F = G$ и ќе има вредност 45° одн. 135° . При други односи

на параметрите, ако е задоволено едно од неравенствата:

$$\begin{aligned} G + 2H > N < F + 2H \\ G + 2H < N > F + 2H \end{aligned} \quad (14)$$

аголот θ_3 ќе се менува по ширината на венецот.

На периферијата на венецот, поради $\epsilon_r = 0$, од (13) се добива крајна вредност на аголот $\theta_3 = \theta_3'$

$$\operatorname{tg}^2 \theta_3' = \frac{F + 2H - N}{G + 2H - N} \quad (13a)$$

Очигледно, за материјали со параметри на анизотропијата $G > F$, аголот θ_3 на периферијата ќе биде $\theta_3' < 45^\circ$, но според (13) ќе расте према средиштето и ќе достигне некоја крајна вредност при $\rho = \bar{\rho}$, каде што $\epsilon_\theta = 0$. Таа крајна вредност ќе биде определена од:

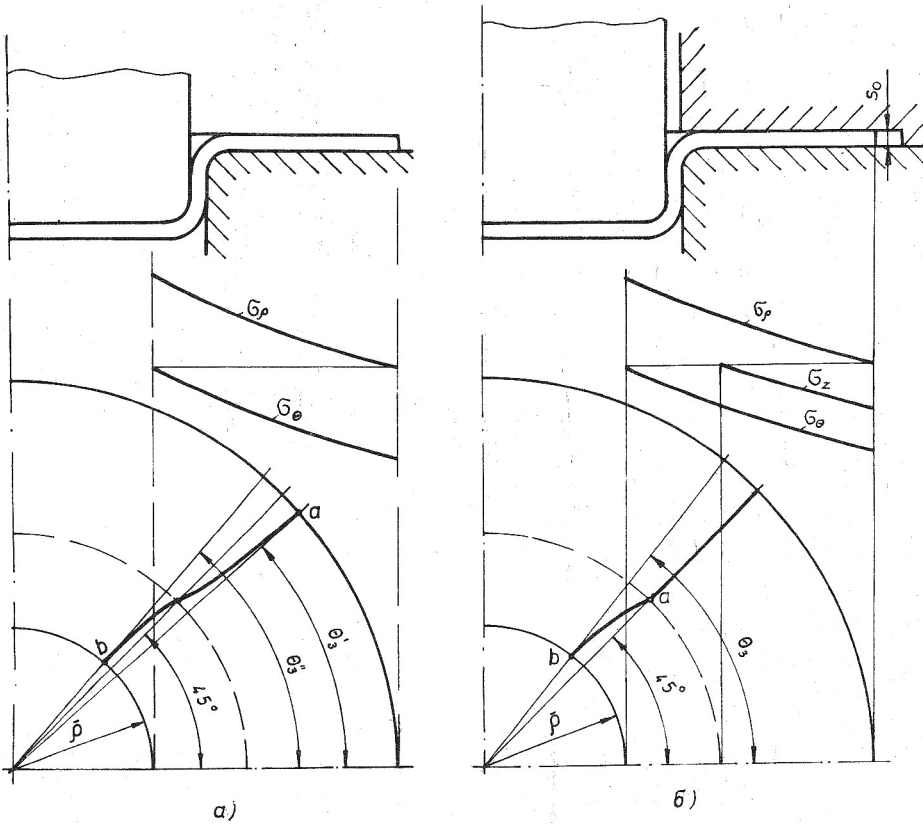
$$\operatorname{tg}^2 \theta_3'' = \frac{G + 2H - N}{F + 2H - N} = \operatorname{ctg}^2 \theta_3' \quad (13b)$$

што покажува дека аглите θ_3' и θ_3'' се комплементарни, а правците кои ги дефинисуваат се симетрично распоредени во однос на 45° (сл.2).

При материјали со соодноси на параметрите на анизотропијата при кои не се задоволени неравенствата (14) одн. $F + 2H > N > G + 2H$ или обратно, според (13) не постои решение за θ_3 и совпаѓање на главните правци ќе се постигне само при θ_1 и θ_2 .

Според тоа може да се тврди дека постојани правци на совпаѓање на главните оски, независно од напонската шема, ќе бидат главните правци на анизотропијата, а за материјали при кои $G = F$, како и во секторите каде е осигурано $d\delta_z = 0$, таков постојан правец ќе се формира и при 45° одн. 135° . Во секторите на деформацијата каде што е $\epsilon_z = 0$, ако при тоа е $G \neq F$ и е задоволен еден од условите (14), совпаѓање ќе се постигне само во точките дефинисани со кривата ав.

За определените правци, според тоа, нормалните напони и деформации ќе достигнат екстремни вредности, а претпоставените тангенцијални напони ќе бидат еднакви на нула.



Сл. 2. Распоред на нормалните напони долж променливата и аголот на совпаѓање на главните правци за а) рамнинска напонска и б) рамнинска деформисана состојба.

На основа општите услови за пластичност (6) и (7) и усвоените претпоставки за карактерот на промената на претпоставените тангентни напони, можат да се определат големината на нормалните напони за границите на зоната на деформацијата.

За периферијата ($\rho=R$) $\sigma_r = 0$ и $\tau_{r\theta} = 0$, а циркуларните напони ќе изнесуваат:
за рамнинска напонска состојба

$$(\sigma_\theta)_R = -[F \cos^2 \theta + G \sin^2 \theta + H - \frac{1}{4} (F+G+4H-2N) \sin^2 2\theta]^{-1/2} \quad (15)$$

а за рамнинска деформисана состојба

$$(\sigma_{\theta})_R = - (B \cos^2 2\theta + \frac{N}{2} \sin^2 2\theta)^{-1/2} \quad (16)$$

За следната граница на зоната ($\rho = \bar{\rho}$), при која $\epsilon_{\theta} = 0$ и $\tau_{\rho\theta} = 0$, за обата процеси деформацијата се одвива при $\epsilon_z = 0$. Затоа, ако претпоставиме дека границата $\bar{\rho}$ ќе биде заедничка за двата процеси, ралијалните напони ќе изнесуваат:

$$\sigma_{\bar{\rho}} = [F \sin^2 \theta + G \cos^2 \theta + H - \frac{1}{4}(F+G+4H-2N) \sin^2 2\theta]^{-1/2} \quad (17)$$

Поради фактот што во границите на зоната владее линијска напонска состојба, нормалните напони дефинисани со изразите (15), (16) и (17) претставуваат граници на течењето на материјалот при истегање во определени правци.

Карактеристичните големини на граничните напони, според изведените изрази, ќе изнесуваат:

за правец $\theta_1 = 0$, рамнинска напонска состојба

$$(\sigma_{\theta_1})_R = - \frac{1}{\sqrt{F+H}} = - \sigma_{sy}$$

$$(\sigma_{\bar{\rho}})_{\theta_1} = - \frac{1}{\sqrt{G+H}} = \sigma_{sx}$$

а за правец $\theta_2 = 90^\circ$

$$(\sigma_{\theta_2})_R = - \frac{1}{\sqrt{G+H}} = - \sigma_{sx}$$

$$(\sigma_{\bar{\rho}})_{\theta_2} = - \frac{1}{\sqrt{F+G}} = \sigma_{sy}$$

За правците θ_3' и θ_3''

$$(\sigma_{\theta_3'})_R = - \sigma_{sx} \sqrt{\frac{F+G+4H-2N}{F+2H-N - \frac{H-N}{G+H} (G+2H-N)}} = k_1 \sigma_{sx}$$

и

$$\left(\frac{\sigma_x}{\rho}\right)_{\theta_3} = \sigma_{sy} \sqrt{\frac{F+G+4H-2N}{G+2H-N-\frac{H-N}{F+H}(F+2H-N)}} = k_2 \sigma_{sy}$$

Каде што се σ_{sx} и σ_{sy} - граници на течењето на материјалот при истегање во правците на валата (σ_{sx}) и нормално на тој правец (σ_{sy}).

При рамнинска деформирана состојба во правците θ_1 и θ_2 (σ_{θ})_R достигнува еднакви вредности:

$$\left(\sigma_{\theta}\right)_R = \left(\sigma_{\theta_2}\right)_R = -\frac{1}{\sqrt{B}} = -\sigma_{sx} \sqrt{\frac{F+G}{F+\frac{GH}{G+H}}} = -k_3 \sigma_{sx}$$

а во правецот

$$\left(\sigma_{\theta}\right)_R = -\frac{2}{\sqrt{N}} = -2\tau_{sxy} = -k_4 \sigma_{sx}$$

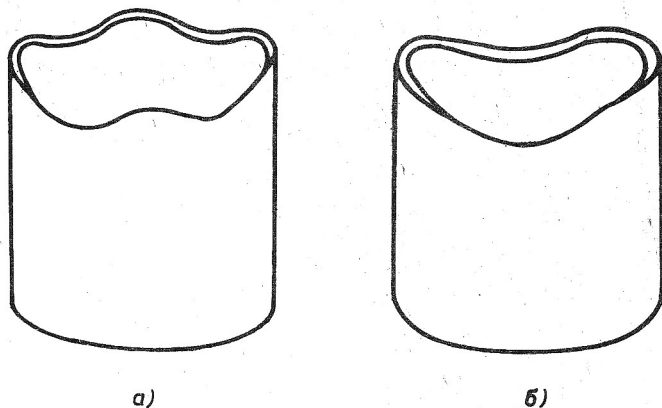
каде што τ_{sxy} - граница на течењето при смакнување.

Анализирајќи ги екстремните вредности на нормалните напони, може да се констатира дека, независно од напонската шема, за материјали со параметри на анизотропијата $G+2H > N < F+2H$, одн. $N/2 < B$, по апсолутна вредност (σ_{θ})_R и $\sigma_{\bar{r}}$ имаат максимум при θ_3 и минимум при θ_1 и θ_2 , додека при $G+2H < N < F+2H$ (одн. $N/2 > B$), минимум при θ_3 и два максимума при θ_1 и θ_2 . Само при $F+2H < N < G+2H$, или обратно, при рамнинска напонска состојба не постои реално решение за θ_3 , а (σ_{θ})_R како и $\sigma_{\bar{r}}$ по апсолутна вредност ќе имаат максимуми при θ_2 и минимуми при θ_1 , ако е $G > F$, или обратно ако е $F > G$.

Прирастот на нормалните деформации (8) и (9), поради зависноста на напоните од θ , исто така се променливи по таа координата и во правците θ_1 , θ_2 и θ_3 , за сите нормални деформации има екстремни вредности. Поради тоа, веднаш по отпочнување на деформацијата, периферијата на венецот нема рамномерно да се повлекува кон отворот на матрицата. Со порастот на деформацијата таа нерамномерност постојано ќе се зголеми така што, при крајот на процесот, ќе се добијат испупчени и длабнати ивици на извлечениот дел (сл.3).

Ова појава е карактеристична за пластичната анизотропија и се објаснува со фактот што разликите на пластичните особини на материјалот по поедини правци доведува до појава на разлики и во поедините деформации.

Во правците на екстремните напони, што одговараат на екстремните граници на течењето, разликите во поедините деформации ќе бидат најголеми, а со тоа и отстапувањето на формата на извлечениот дел.



Сл. 3.

Современата теорија на пластичната анизотропија го објаснува постоењето на четири одн. две испупчувања и длабнатини. Постојењето на повеќе испупчувања при извлекување на некои материјали, како напр. шест кај жарениот месинг, според Хил, треба да се објасни со несеопфатноста на самата теорија.

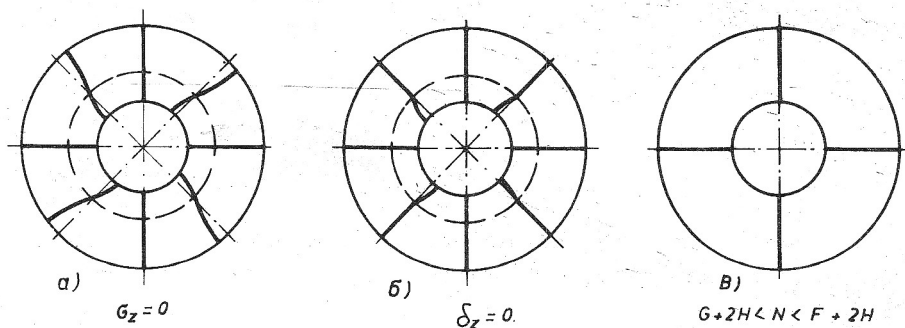
За материјали со односи на параметрите $G + 2H > N < F + 2H$, границата на течењето има минимална вредност при θ_1 и θ_2 , така што во тие правци, како и соодветно во правците 180° и 270° , ќе се појават четири испупчувања. Истовремено, при рамнинска деформисана состојба, во правецот $\theta_3 = 45^\circ$, одн. 135° како и соодветно во правците 225° и 315° , а при рамнинска напонска состојба при θ_3' одн. $180^\circ + \theta_3'$ и тн. ќе се појават четири длабнатини (сл.3а).

При односи на параметрите $G + 2H < N > F + 2H$, границата на течењето има минимална вредност во правец θ_3' одн. 45° така што, во зависност од напонската шема, во тие правци ќе се формираат четири испупчувања, а во другите (главни) правци - четири длабнатини.

При односи на параметрите $F + 2H < N < G + 2H$, или обратно, границата на течењето има два екстремуми (θ_1 и θ_2) и извлечените делови ќе формираат две испупчувања и две длабнатини (сл.3б)

5. Напонска состојба во зоната на деформацијата.

На основа извршената анализа на граничните услови на напоните зоната на деформацијата може да се подели на осум, а при рамнинска напонска состојба и однос на параметрите на анизотропијата $G+2H < N < F+2H$ на четири карактеристични сектори (сл.4). На границата на тие сектори $\tau_{r\theta} = 0$, а нормалните напони имаат екстремни вредности. Во внатрешноста на тие сектори, меѓутоа, тангенцијалните напони се различни од нула и на определени места во секторот достигнуваат екстремум.



Сл. 4.

Од изразите за прираст на деформациите (8) и (9) се гледа дека дополнителниот прираст настанат поради анизотропност на пластичните особини е содржан во членовите кои за нормалните деформации содржат $\tau_{r\theta}$, а за тангенцијалните ϵ_r и ϵ_θ . Очигледно, при изотропни материјали тие членови се еднакви на нула.

Анализирајќи го прирастот на тангенцијалните деформации може да се констатира дека првите членови, во кои е содржан $\tau_{r\theta}$, опфаќаат компоненти од тензорот на деформациите појавени како резултат од трансформацијата на координатниот систем. Како поради симетричност на оптоварувањата во однос на усвоениот координатен систем такви компоненти не можат да постојат, прирастот на тангенцијалните деформации може да се очекува само од претпоставените дополнителни тангенцијални напони.

Според тоа, може да се усвои да тангенцијалните напони појавени како резултат од анизотропноста на пластичните особини бидат еквивалентни:

за рамнинска деформисана состојба

$$\tau_{\rho\theta} = \frac{(B - \frac{N}{2})(\sigma_{\rho} - \sigma_{\theta})\sin 4\theta}{2A} \quad (18)$$

а за рамнинска напонска состојба

$$\tau_{\rho\theta} = \frac{\sin 2\theta}{2A} \{ \sigma_{\rho} [(G+2H-N)\cos^2\theta - (F+2H-N)\sin^2\theta] - \sigma_{\theta} [(F+2H-N)\cos^2\theta - (G+2H-N)\sin^2\theta] \} \quad (19)$$

Аголот што го заклапат главните нормални напони (10) во правците на екстремните тангенцијални напони ќе има исто така екстремна вредност.

За рамнинска деформисана состојба, согласно (18), аголот χ ќе изнесува:

$$\operatorname{tg} \chi = \frac{(B - \frac{N}{2})\sin 4\theta}{A}$$

и ќе достигне екстремна вредност при $\chi/8$, одн. $3\chi/8$ и т.н.

За рамнинска напонска состојба, на основа (19), аголот на главните напони изнесува:

$$\operatorname{tg} \chi = \frac{\sin 2\theta}{A} \left\{ \frac{\sigma_{\rho}}{\sigma_{\theta}} [(G+2H-N)\cos^2\theta - (F+2H-N)\sin^2\theta] - (F+2H-N)\cos^2\theta + (G+2H-N)\sin^2\theta \right\} \frac{1}{\frac{\sigma_{\rho}}{\sigma_{\theta}} - 1}$$

од каде што се гледа дека при $F=G$,

$$\operatorname{tg} \chi = \frac{(F+2H-N) \sin 4\theta}{2A}$$

а за $\sigma_p = -\sigma_\theta$

$$\operatorname{tg} \chi = \frac{(F-G) \sin 4\theta}{2A}$$

За обете случувај екстремните вредности ќе се појават при $\theta = \pi/8$, одн. $3\pi/8$ и тн.

Според усвоената претпоставка дека на границите $\rho = R$ и $\rho = \bar{\rho}$ тангенцијалните напони се еднакви на нула, произлегува дека од периферијата на венечот ($\rho = R$) кон средината тие ќе растат со порастот на односот $|\sigma_p/\sigma_\theta|$, а од $\rho = \bar{\rho}$ кон периферијата - со порастот на $|\sigma_\theta/\sigma_p|$. Тоа значи дека екстремните тангенцијални напони, независно од напонската шема, ќе се појават во пресекот на појасот $\sigma_p = -\sigma_\theta$ и правците $\theta = \pi/8$, одн. $3\pi/8$ и тн.

Литература

- [1] Hill R. The mathematical theory of plasticity, Oxford, 1971
- [2] Tomlenov D.A. Teorija plastičeskogo deformirovanja metalov, Moskva, 1972
- [3] Marciniak Z. Odsztalcenia graniczne przy tloczeniu blach. Warszawa, 1971.

СТРЕЗОВ Н.В.

ВЛИЈАНИЕ НА АНИЗОТРОПИЈАТА ВРЗ НАПОНСКАТА
И ДЕФОРМИСАНА СОСТОЈБА ПРИ ИЗВЛЕКУВАЊЕ
НАЦИЛИНДРИЧНИ САДОВИ

Р е з и м е

При пластично деформисање на анизотропни материјали, поради разликите во пластичните особини по поедини правци, процесот може да тече со видна нерамномерност на деформациите. Тоа од своја страна предизвикува појава на дополнителни тангенцијални напони и пореметување на претпоставените рамнински услови.

Во овој труд, користејќи се со општата теорија на пластичната анизотропија, а по аналогија со законитостите при деформисање на изотропни материјали, авторот изврши анализа на појавите при извлекување на цилиндрични садови од округли плочи. При тоа зоната на деформацијата е поделена на карактеристични сектори на чии што граници нормалните напони и деформации се главни и определена локацијата на екстремните тангенцијални напони.

STREZOV N. V.

L'INFLUENCE DE L'ANISOTROPIE SUR LES TENSIONS ET LES
DEFORMATIONS AU COURS DE L'ETIRAGE DES RECIPIENTS
CYLINDRIQUES

R é s u m é

Au cours de la déformation plastique des matériaux anisotropes dans certaines directions, le proces peut se dérouler avec une évidente inégalité dans les déformations. Cela a comme effet l'apparition des tensions tangencielles supplémentaires et des bouleversements des conditions de surface envisagées.

Dans cet article, en appliquant la théorie générale de l'anisotropie plastique et selon l'analogie avec les lois de déformation des matériaux isotropes, l'auteur a exécuté une analyse des phénomènes au cours de l'étirage des récipients cylindriques en partant des disques ronds. Dans ce cas la zone de la déformation est partagée à des secteurs caractéristiques sur les frontières desquels les tensions naturelles et les déformations sont principales et on a déterminé le point des tensions extrêmes tangencielles.