

Dr. ing. BRANISLAV DEVEDŽIĆ\*

DIFUZNA I NAGLA LOKALIZACIJA DEFORMISANJA PRI  
IZVLAČENJU DELOVA OD LIMA I NJEN ZNAČAJ

1. Opšta razmatranja

Pri obradi limova plastičnim deformisanjem javlja se, kao najčešći ograničavajući faktor u tehnološkom smislu, dostizanje njihove granične deformabilnosti u kritičnim zonama, čije bi prekoračenje značilo dobijanje neispravnih otpresaka. Ne ulazeći ovde u ograničenja koja proističu iz eventualne pojave "figura razvlačenja" po površini delova koji se izvlače, ili valovitosti (stvaranja nabora) na pojedinim njihovim područjima, razmatraće se najčešći vid neispravnosti tj. onaj koji praktično dovodi do kidanja lima na kritičnom mestu.

Šire posmatrano, razaranje materijala pri deformisanju može biti dvojako: a) u vidu tzv. "spontanog krtoq loma" - onog kome ne prethodi nikakva anomalija (nestabilnost) plastičnog deformisanja i b) u vidu "krtoq loma kome prethodi nestabilnost plastičnog deformisanja".

Ova nestabilnost koja inače predstavlja anomaliju u procesu plastičnog deformisanja, nastaje pod uticajem zatežućih naprezanja (tačnije, bar jedan od glavnih napona mora biti zatežujući) u trenutku kada se dostiže maksimalna spoljna sila koja vrši to deformisanje. Na primer, pri jednoosnom zatezanju početku nestabilnosti odgovara kraj ravnomernog izduženja, odnosno dostizanje maksimalne sile zatezanja. Slično je i pri izvlačenju koje se obavlja u vidu dvoosnog razvlačenja (pri hidrauličnom izvlačenju maksimalni pritisak tečnosti odgovara početku nestabilnog deformisanja).

Kako je eventualno dalje deformisanje skopčano sa opadanjem sile, jasno je da se materijal u tom periodu može deformisati samo lokalizovano - u suženom kritičnom području. Opšte je poznato da se ova lokalizacija zapravo odražava kroz manje ili više izraženu kontrakciju preseka materijala na

---

\*) Dr. ing. BRANISLAV DEVEDŽIĆ, vanr. profesor Mašinskog fakulteta u Kragujevcu

kritičnom mestu. S obzirom da istovremeno dolazi do opadanja sile potrebne za dalje deformisanje (koje je nestabilno i skoncentrisano - lokalizovano), jasno je da deformaciono očvršćavanje više nije u stanju da kompenzuje ovu pojačanu kontrakciju.

Osim toga, lokalizovana kontrakcija dovodi do promene geometrijskog oblika na kritičnom mestu, usled čega se menja i prethodno naponsko stanje. Na primer, pri zatezanju jednoosno naprezanje usled ovoga prelazi u prostorno. Očigledno je da ova promena vodi ka povećanju iznosa srednjeg pritiska, što ubrzava pojavu "krtog loma"\*) .

Dakle, "krti lom" se pojavljuje u oba moguća slučaja, stin što njemu u prvom slučaju ne prethodi opisana pojava nestabilnog deformisanja, već se razaranje događa još u periodu stabilnog deformisanja. Otuda je pojava tog razaranja (spontanog) u ovom slučaju objektivno ograničavajući faktor procesa deformisanja uopšte, a samim tim i stabilnog deformisanja. Takav slučaj sreće se u naponskom sistemu u kome su sva tri glavna napona pritiskujuća, a razaranje nastaje kada maksimalni smičući napon dostigne iznos smicajne deformacione čvrstoće.

U drugom slučaju, međutim, granica stabilnog deformisanja postiže se pre pojave razaranja - u trenutku početka nestabilnosti procesa.

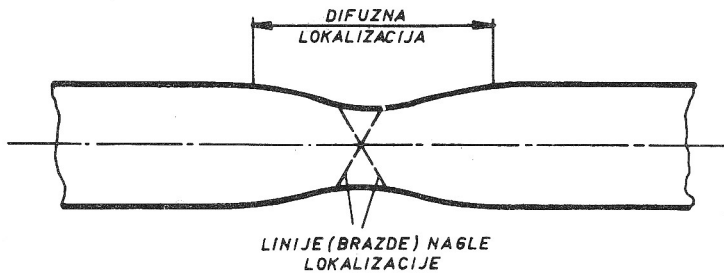
## 2. Analiza dva različita vida lokalizovanog deformisanja

Lokalizacija procesa deformisanja lima može biti dvojaka. U jednom slučaju ona se vrši postepeno i tada je reč o tzv. difuznoj lokalizaciji, dok se u drugom slučaju vrši naglo, uz izražene vidljive tragove u vidu linija - brazda, koji zapravo predstavljaju usko lokalizovana mesta jake kontrakcije materijala - nagla lokalizacija. Kasnije će biti pokazano da je difuzna lokalizacija naročito karakteristična za ujednačeno dvoosno zatežuće naprezanje. Iako se pri tome ne događa nagla kontrakcija na mestu budućeg razar-

\*) Ovaj zaključak proizlazi iz opšte poznate zavisnosti granične deformabilnosti materijala od srednjeg normalnog napona [9].

ranja, do postepenog povećanja stanjenja lima u toj zoni ipak dolazi, usled čega se javlja opadanje sposobnosti prenošenja sile, tj. nastaje pojava analogna onoj koja je karakteristična za jednoosno zatezanje preko granice ravnomernog izduženja.

Pri raščlanjavanju pojmova difuzne i nagle lokalizacije deformisanja korisno je imati u vidu da se u literaturi ponekad sreću i izvesne neusklađenosti između različitih autora. Na primer, jedan od autora [5] smatra da lokalizacija koja nastaje pri jednoosnom istezanju nije difuzna, dok drugi autor [6] koristi upravo ovaj slučaj naprezanja da bi objasnio razliku između difuzne i nagle lokalizacije, sl. 1.



Sl. 1. Pojednostavljena šema (uslovna) difuzne i nagle lokalizacije deformisanja [6]

Inače, u engleskom i nemačkom jeziku području uobičajeno je takodje da se govori o: diffuse necking, örtliche Einschnürung, odnosno localised necking, verteilte Einschnürung.

Da bi se pomenute neusaglašenosti i dvojnosti izbegle, ovde će se koristiti sledeći termini.

1) Nagla (vidna, skoncentrisana) lokalizacija deformisanja, ili nagla (vidna, skoncentrisana) kontrakcija - za onaj vid lokalizacije koji neposredno prethodi krtom razaranju, a ogleda se u nastajanju uočljivih mesta jakog stanjenja lima u vidu linija - brazda.

2) Difuzna lokalizacija, kod koje će se razlikovati dva vida:

a) ograničena (uslovna) difuzna lokalizacija<sup>\*)</sup> - ona koja se javlja, na primer, pri jednoosnom zatezanju između početka nestabilnog deformisanja i pojave nagle lokalizacije, odnosno razaranja (v. sl. 1),<sup>c</sup> međutim, ovaj naziv će se odnositi i na lokalizaciju pri dvoosnom zatezanju, ali kada manji glavni napon još ne izaziva pozitivnu deformaciju u svom pravcu ( $d\gamma_2 \leq 0$ );

b) difuzna lokalizacija (prava) - ona koja nije ni nagla, ni primetna golim okom, tj. koja ne dovodi do vidne kontrakcije (na primer, pri približno ujednačenom dvoosnom zatezanju), kasnije će biti pokazano da su za nju uglavnom karakteristični naponski odnosi  $m = \sigma_2 / \sigma_1 > 0,5$ .

Zadržavajući se pri ovom razmatranju na problemu obrade limova izvlačenjem, treba primetiti da je za njih tipično uglavnom dvoosno, ili eventualno jednoosno, naponsko stanje na kritičnim mestima, pri čemu glavni naponi deluju u ravni lima, a napon u pravcu njegove debljine je jednak nuli (stvarno ili bar približno).

Ako se čitav problem posmatra sa stanovišta granične (maksimalne dopuštene) deformabilnosti, onda se postavlja sasvim načelno pitanje: da li kao ograničavajući faktor u ovom smislu treba smatrati početak difuznog ili naglog deformisanja? Odmah treba reći da su, najopštije posmatrano, moguća oba kriterijuma. Međutim, videće se iz daljeg da je kriterijum nagle lokalizacije unekoliko pogodniji u slučajevima koje karakteriše negativna glavna deformacija u ravni lima ( $-\gamma_2$ ), dok u slučajevima kod kojih su obe glavne deformacije pozitivne ( $+\gamma_1; +\gamma_2$ ) dolazi u obzir samo kriterijum difuzne lokalizacije.

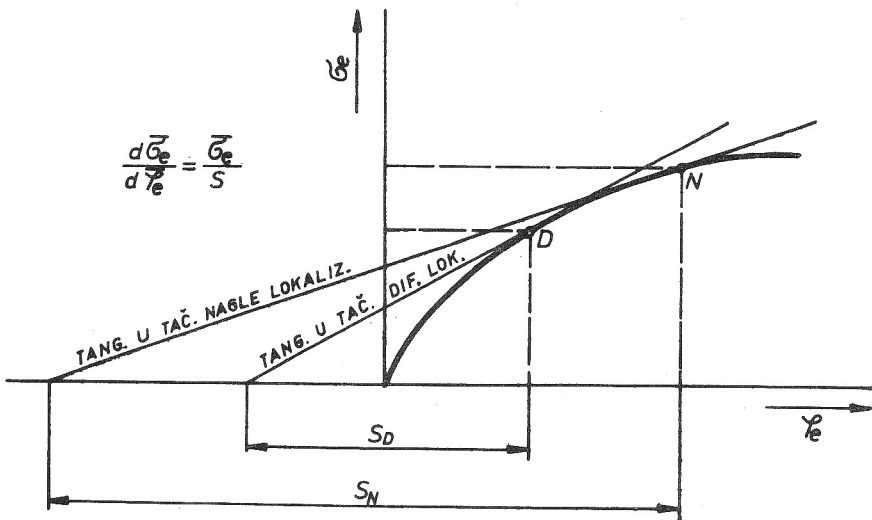
-----  
\*) Ovo izdvajanje, koje u literaturi nije uobičajeno, vrši se stoga što je najčešće i ovde u pitanju vidna lokalizacija (za razliku od prave difuzne), ali ne i suviše nagla da bi bila obuhvaćena prethodnim nazivom.



Ako se stepen izvršenog deformisanja <sup>\*)</sup> izrazi preko odgovarajuće ekvivalentne deformacije:

$$\gamma_e = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{\gamma_1^2 + \gamma_2^2}$$

onda se može dokazati teorijski i eksperimentalno, da će njegov granični iznos biti različit u ova dva slučaja. Pogodna grafička ilustracija tih odnosa data je na sl. 2 [1] koja zapravo prikazuje uopštenu krivu tečenja u sistemu ekvivalentan napon ( $\bar{\sigma}_e$ ) - ekvivalentna deformacija ( $\gamma_e$ ). Tačka D odgovara početku difuznog lokalizovanja, a tačka N naglog.



Sl. 2. Počeci difuznog i naglog lokalizovanja deformisanja na krivoj  $\bar{\sigma}_e - \gamma_e$

Ekvivalentna deformacija  $\gamma_{eD}$ , ostvarena do početka difuzne kontrakcije zavisi, kako od svojstava materijala, tako i od naponske šeme u datom sistemu naprezanja. Načelno uzeto, sa porastom naponskog odnosa <sup>\*)</sup> Pri ovoj analizi polazi se od pretpostavke o proporcionalnom naprezanju, odnosno monotonom deformisanju u okviru posmatranog procesa. Stoga se u analitičkim izrazima koriste oznake za konačne (logaritamske) deformacije ( $\gamma$ ), a ne za male ( $\epsilon$  odn.  $d\gamma$ ).

$m = \sigma_2 / \sigma_1$  ( $\sigma_1$  je veći, a  $\sigma_2$  manji glavni napon u ravni lima, a pretpostavlja se da je  $\sigma_3 \approx 0$ ) kritična deformacija  $\gamma_{eD}$  pomeraće se ka većim iznosima, dostižući najveću vrednost pri uravnoteženom dvoosnom zatezanju, tj. pri  $m = 1$ . Važi, naravno, i obrnuto, tj. pri jednoosnom zatezanju period stabilnog deformisanja biće najkraći.

Što se tiče položaja tačke N na dijagramu, treba reći da je smisao njenog pomeranja pri promeni naponskog odnosa  $m$  suprotan u odnosu na pomeranje tačke D. Naime, pri jednoosnom zatezanju ( $m = 0$ ) tačka N će odgovarati najvećem iznosu deformacije koja se još može postići do početka naglog lokalizovanja, dok će pri većim vrednostima  $m$  njoj odgovarati manja deformacija. U svakom slučaju, između tačaka D i N nalazi se period pomenute ograničene (uslovne) difuzne lokalizacije deformisanja, tj. naglom lokalizovanju deformisanja ipak prethodi nestabilnost u vidu difuzne kontrakcije. S obzirom na suprotnosmernu pomeranja ovih tačaka pri promeni naponskog odnosa  $m$ , dolaziće pri njegovom povećanju do smanjenja perioda ograničene (uslovne) difuzne lokalizacije, tako da će za  $m = 0,5$  on potpuno nestati (tačke D i N će se poklopiti), odnosno za  $m > 0,5$  moći će da se računa samo sa difuznom lokalizacijom deformisanja - sve do trenutka razaranja.

Da bi ovi zaključci postali očigledniji, na sl. 2.su međusobni položaji tačaka D i N, kao i iznosi deformacija koje im odgovaraju, indirektno ilustrovani preko veličina subtangenti  $S_D$  i  $S_N$ . Očigledno je da će u oba slučaja za posmatranu tačku (D, odnosno N) važiti

$$\left( \frac{d\sigma_e}{d\gamma_e} \right)_D = \frac{\sigma_{eD}}{S_D} \dots \dots \dots (1a)$$

$$\left( \frac{d\sigma_e}{d\gamma_e} \right)_N = \frac{\sigma_{eN}}{S_N} \dots \dots \dots (1b)$$

Sa druge strane, poznato je da se pri jednoosnom zatezanju maksimum sile postiže kada se ispuni uslov

$$\frac{d\sigma}{d\gamma} = \sigma \dots \dots \dots (2)$$

što znači da je u tom slučaju  $S_D=1$ , jer se ovaj kritičan trenutak poklapa sa nastajanjem difuznog lokalizovanja deformisanja.

Šire posmatrano, za različita ravanska naponska stanja (različite vrednosti odnosa  $m$ ), mogu se ekvivalentni naponi i deformacije koje odgovaraju najvećem ravnomernom deformisanju uopšte izraziti kao [1]:

$$\bar{\sigma}_e = \sigma_i \sqrt{m^2 - m + 1} \dots \dots \dots (3)$$

$$\bar{\gamma}_e = \gamma_i \frac{2\sqrt{m^2 - m + 1}}{2 - m} \dots \dots \dots (4)$$

a kako je u opštem slučaju i

$$\frac{d\bar{\sigma}_e}{d\bar{\gamma}_e} = \frac{\bar{\sigma}_e}{S} \dots \dots \dots (5)$$

to će i veličina subtangente  $S$  biti funkcija odnosa  $m$ .

Analitički izrazi za subtangente  $S_D$  i  $S_N$  proizlaze iz razmatranja Mohr-a i Wallace-a [7] - za slučaj difuznog lokalizovanja, kao i Hill-a [4] - za slučaj naglog lokalizovanja. Ne ulazeći na ovom mestu u izvodjenje tih izraza, navešće se samo njihovi konačni oblici (za izotropan materijal).

a) za difuznu lokalizaciju

$$S_D = \frac{4(m^2 - m + 1)^{3/2}}{(1 + m)(4m^2 - 7m + 4)} \dots \dots \dots (6)$$

b) za naglu lokalizaciju

$$S_N = \frac{2\sqrt{m^2 - m + 1}}{1 + m} \dots \dots \dots (7)$$

Vidi se da će u ekstremnom slučajevima biti:

za  $m = 0$  (jednoosno istezanje)

$$S_D = 1$$

$$S_N = 2$$

za  $m = 1$  (ravnomerno dvoosno istezanje)

$$S_D = 2$$

$$S_N = 1$$

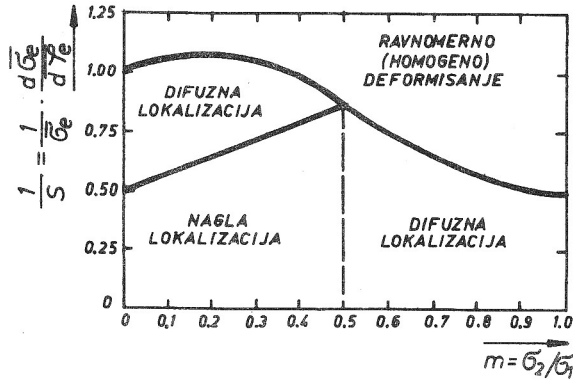
dok će za  $m = 0,5$  biti

$$S_D = S_N$$

Čisto analitički posmatrano, trebalo bi, u skladu sa ovim teorijskim odnosima, kao i ranijim zaključkom o pomeranju tačke N ulevo (a tačke D udesno) sa povećanjem odnosa  $m$ , da se pri  $m > 0,5$  razaranje dogodi pre nego što uopšte nastane difuzno lokalizovanje, jer bi tačka N trebala da se nađe levo od tačke D (sl. 2), tj. trebalo bi da dodje do krteg loma bez prethodne nestabilnosti plastičnosti (jer naglo lokalizovanje neposredno prethodi razaranju). Pa, ipak, ispitivanja su pokazala da se kod dovoljno plastičnih materijala to praktično ne događa, već se ostvaruje upravo difuzno deformisanje koje odlaže razaranje, čime se i spontani krsti lom izbegava [2]. Iz ovog razloga se kod limova za obradu dubokim izvlačenjem (kao što su malougljenični karoserijski i sl.) koji su normalno vrlo plastični, kao kriterijum deformabilnosti gotovo uvek uzima početak nestabilnog deformisanja (difuzne lokalizacije, odnosno početak opadanja sile) a ne spontani krsti lom.

S obzirom na kontinualnost opisanih promena, izgleda kao sasvim prihvatljiv zaključak da izraženost naglog lokalizovanja postepeno opada sa porastom odnosa  $m$ , da bi pri  $m = 0,5$  ona postala toliko redukovana da o nagloj lokalizaciji dalje ne može ni biti govora. Malo niže biće pokazano da nagla lokalizacija pri  $m > 0,5$  nije moguća iz čisto geometrijskih razloga. Ovo je pregledno ilustrirano na sl. 4 koja prikazuje zavisnost recipročnog iznosa kritične subtangente  $S$  od naponskog odnosa  $m$  za oba slučaja lokalizovanja [1].

Da bi mogla da nastane nagla lokalizacija ne sme se ni u bliskim susednim zonama materijala dalje nastavljati deformisanje, ili drugim rečima, ne sme se vršiti nikakva dilatacija duž linije (brazde) lokalizacije (sl. 4), jer bi ona sprečila tako naglo lokalizovanje. S druge strane, ovaj uslov može



Sl. 3. Zavisnost kriterijuma početka nestabilnog deformisanja od naponskog odnosa [ 1 ]

biti ispunjen ako je  $d\gamma_2 \leq 0$ . Granični slučaj nastupiće pri  $d\gamma_2 = 0$  (ili, pri proporcionalnom, monotonom deformisanju  $\gamma_2 = 0$ ). Ako se podje od poznatih Levy-Mises-ovih jednačina plastičnog tečenja, može se pokazati da je

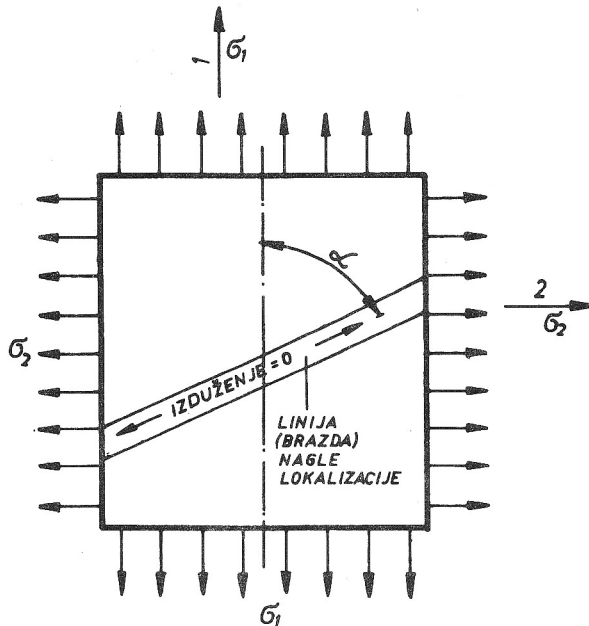
$$\frac{d\gamma_2}{d\gamma_1} = \frac{2m-1}{2-m} \dots \dots \dots (8)$$

pa je za  $d\gamma_2 = 0$ ,  $m = 0,5$  i  $S_D = S_N$ , što je i ranije navedeno, a ovde dokazano.

Dakle, linija (brazda) lokalizacije, kao posledica nagle kontrakcije, može se javiti samo pri naponskim odnosima  $m < 0,5$ , s tim što, u skladu sa izvedenim zaključcima, njoj tada prethodi izvestan period difuzne kontrakcije (ograničene, uslovne).

Ugao  $\mathcal{L}$  određen je izrazom

$$\mathcal{L} = \text{arc tg} \sqrt{\frac{m-2}{2m-1}} \dots \dots \dots (9)$$



Sl. 4. Šema linije (brazde) nagle lokalizacije orijentisane pod uglom  $\alpha$  u odnosu na glavni pravac (1)

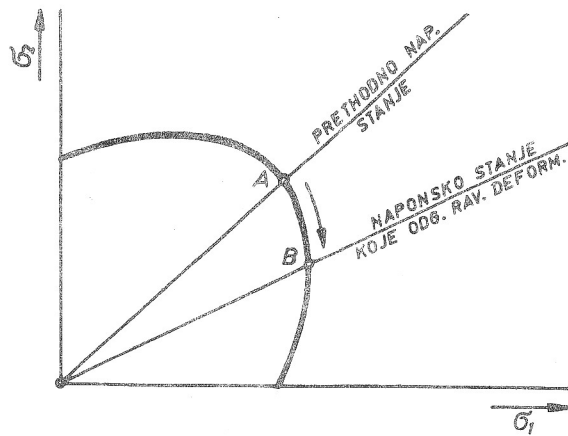
Za  $m = 0$  (jednoosno istezanje) biće  $\alpha = 54^{\circ}44'$ , dok će pri  $m = 0,5$  biti  $\alpha = 90^{\circ}$  u odnosu na osu 1<sup>\*)</sup>.

Dakle, nagla lokalizacija može nastupiti ukoliko je  $S_N' > S_D$ , jer mora biti zadovoljen i uslov da duž linije lokalizacije nema deformisanja ( $d\varphi = 0$ ). Time je upotpunjen i bliže objašnjen prednji zaključak u ovom smislu, koji samo prividno odstupa od teorijski očekivane mogućnosti da se nagla lokalizacija pojavi pri  $S_N < S_D$  - u skladu sa jednačinama za ove

<sup>\*)</sup> Iz ovog razloga se ponekad u literaturi govori o dva moguća vida plastičnog tečenja materijala, pri čemu je jedan karakterisan linijom kontrakcije pod uglom  $\alpha < 90^{\circ}$  u odnosu na pravac većeg glavnog napona, a drugi pod uglom  $\alpha = 90^{\circ}$  [7].

subtangente. Drugim rečima, pri  $d\mathcal{L} > 0$  ( $m > 0,5$ ) ne postoji pravac u kome je izduženje (linijska deformacija, dilatacija) jednako nuli, pa se nagla lokalizacija ne može ni ostvariti. To pokazuje, kako sl. 3, tako i prednji obrazac za  $\mathcal{L}$  (za  $m > 0,5$  izraz pod korenom postaje negativan).

Iz svega proizlazi zaključak da je formiranje brazda nagle lokalizacije uslovljeno posebnim naponsko - deformacionim odnosima, koji omogućuju da duž nje prestane deformisanja (zbog čega je u zoni brazde deformaciono stanje ravansko), mada se ono nastavlja u glavnim naponskim pravcima. Da bi se to ostvarilo, mora neposredno pre formiranja ove lokalne kontrakcije postojeći naponski sistem da se u zoni brazde (koja će ubrzo nastati) prilagodi tom uslovu, tj. mora se osposobiti da ostvari ovo ravansko deformaciono stanje. Ovo prilagodjivanje šematski je ilustrirano na sl. 5, koja predstavlja



Sl. 5. Kriva (elipsa) napona tčćenja pri ravanskom naponskom stanju, sa naznakom naponskog odnosa koji odgovara ravanskom deformacionom stanju (u zoni nagle lokalizacije deformisanja)

krivu napona tečenja za slučaj ravanskog naponskog stanja<sup>\*)</sup>[5]. Zruci povučeni od koordinatnog početka određuju prethodni (opšti) proizvoljan (postojeći) naponski sistem (A) i naknadno formirani sistem koji odgovara ravanskom deformisanju (B) - potreban za ostvarenje lokalizovane kontrakcije. Da bi ova kontrakcija nastala, mora se izvršiti transformisanje sistema  $A \rightarrow B$  na kritičnom mestu dela koji se deformiše. Period za koji se ono odvija odgovara ograničenoj (uslovnoj) difuznoj kontrakciji. Inače, mogućnost takvog transformisanja leži prvenstveno u nehomogenosti strukture realnih materijala (eventualno mogu doći u obzir i geometrijski uticaji).

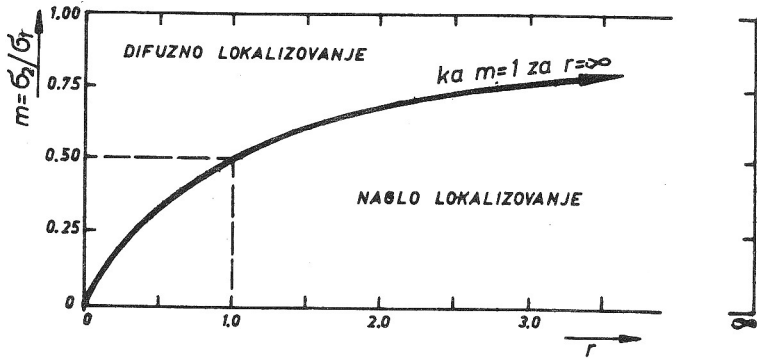
Posle ovih objašnjenja postaje još jasniji raniji zaključak da će se mogućnost ostvarenja većeg difuznog lokalizovanja smanjivati ukoliko opada (u algebarskom smislu) srednji normalni napon  $\bar{\sigma}_m$  u opštem sistemu (na primer, pri jednoosnom zatezanju on je manji nego pri dvoosnom). Naime, usled jake kontrakcije, uslovljene lokalizovanjem deformisanja na kritičnom mestu, menja se naponsko stanje i to tako da dolazi do porasta srednjeg normalnog napona u ovoj usko lokalizovanoj zoni (zbog uticaja promene prvobitnog geometrijskog oblika na tom mestu). To ubrzo dovodi do lokalizovane kontrakcije odnosno razaranja.

S obzirom na prirodu i manifestovanje nagle lokalizacije (intenzivno stanjenje u usko lokalizovanom regionu), normalno je očekivati da će na mogućnost njene pojave bitno uticati i koeficijent normalne anizotropije ("r - faktor"). Ne ulazeći ovde u pojedinosti koje u ovom smislu mogu biti predmet razmatranja, ukazaće se samo na neke opšte odnose. Nešto, ako se podje od pretpostavke o izotropiji svojstava lima u ravni i o iznosu koeficijenta normalne anizotropije  $r > 1$ , onda će to istovremeno značiti pojačanu otpornost prema stanjenju, odnosno deformisanju u pravcu debljine (to proizlazi iz osnovne definicije r - faktora). Iz ovoga dalje sledi logičan zaključak da će, pri nekom određenom naponskom odnosu  $m$ , sa porastom  $r$  morati da se u negativnom smislu povećava deformacija  $\gamma_2$  - da bi za iznos tog povećanja nadoknadila smanjenje deformacije  $\gamma_3$ , jer iz uslova o nepromenljivosti zapremine sledi da algebarski zbir sve tri glavne deformacije mora biti jednak

\*) Poznato je iz teorije plastičnosti da plastično deformisanje može nastati kada glavni naponi  $\sigma_1$  i  $\sigma_2$  dostignu vrednosti koje odgovaraju ma kojoj tački na elipsi.



nuli. Dalje rasudjivanje dovodi do konstatacije da će iz ovog razloga pri većim vrednostima  $r$  morati da se u sistemu ostvari veći napon  $\sigma_2$  (tačnije, veći naponski odnos  $m$ ) da bi se ispunio uslov  $d\gamma_2 = 0$  koji u skladu sa ranijim razmatranjima, predstavlja granicu između difuznog i naglog lokalizovanja (za  $r = 1$ , naponski odnos koji odgovara ovoj granici je  $m = 0,5$ ). Kompletan grafički prikaz u ovom smislu dat je na sl. 6. Dakle, tek pri većim naponskim odnosima - onim koji odgovaraju području iznad prikazane krive, može se ostvariti  $d\gamma_2 > 0$ , što onemogućava nastajanje nagle lokalizacije.



Sl. 6. Granica između područja difuznog i naglog lokalizovanja deformisanja u zavisnosti od naponskog odnosa  $m$  i koeficijenta normalne anizotropije  $r$

Jednačina ove krive glasi

$$m = \frac{r}{r+1} \dots \dots \dots (10)$$

Naime, sa porastom vrednosti koeficijenta normalne anizotropije, u slučaju ravanskog naponskog stanja ( $m > 0$ ), rastu i iznosi pozitivnih napo-

na  $\sigma_1$  i  $\sigma_2$ , potrebnih za ostvarenje plastičnog tečenja, tj. dolazi do tzv. teksturnog očvršćavanja. Jednostavno objašnjenje ove okolnosti proizlazi iz činjenice da povećane vrednosti za  $r$  zapravo znače povećanu otpornost prema smanjenju debljine lima. Može se dokazati [9] da najveće teksturno očvršćavanje (maksimalni napon  $\sigma_1$  potreban za ostvarenje plastičnog tečenja) nastupa upravo pri odnosu koji daje prednja jednačina. Ujedno je ispunjen i uslov  $d\mathcal{L}_2 = 0$ . Sa sl. 6. se vidi da je pri manjim iznosima  $m$  naglu kontrakciju moguće izbeći ako je  $r$  dovoljno malo (odnosno, za male iznose  $m$  korisno je u tom smislu da i  $r$  bude malo), dok je za njeno izbegavanje pri većim vrednostima  $r$  potrebno da odnos  $m$  bude veći.

Iz prednjeg proizlazi da se pri obradi limova izvlačenjem u uslovima dvoosnog zatežućeg naponskog stanja kao ograničavajući kriterijum dozvoljenog deformisanja u kritičnoj zoni obično javlja početak nestabilnosti procesa u vidu difuzne lokalizacije. Na ovo, pored geometrijskih ograničenja u smislu ispunjenja uslova za lokalizovanu deformaciju  $d\mathcal{L}_2 \leq 0$ , takodje utiču i neki drugi činioci, kao što su: eksponent deformacionog očvršćavanja ("n - faktor", anizotropija svojstava, trenje, strukturne specifičnosti materijala, itd.). Medjutim, treba naglasiti da uticaji nekih od ovih činilaca još nisu sasvim proučeni. U takvim okolnostima ne može se prednji zaključak o najčešće prihvatljivom kriterijumu granične deformabilnosti shvatiti jednostrano i nekritički. Naime, u nekom konkretnom slučaju, praktično može biti merodavan jedan ili drugi vid lokalizacije deformisanja, o čemu se bliže pojedinosti mogu naći u odgovarajućoj literaturi. Ovi složeni odnosi, kako između poznatih, tako i nepoznatih, varijabli uslovljavaju činjenicu da se stvarna deformabilnost materijala u proizvodnim uslovima ne može ni oceniti samo na osnovu njegovih osnovnih mehaničkih karakteristika [10].

U svakom slučaju, pri rešavanju praktičnih inženjerskih problema pojavu lokalizacije treba obazrivo tumačiti.

Na primer, pojednostavljeno posmatrano, trebalo bi da nestabilnost deformisanja pri savijanju počne kada spoljašnje vlakno materijala u savijenoj zoni dostigne izduženje  $\mathcal{L}_M = n$  ( $n$  - eksponent deformacionog očvršća-

vanja). Ipak, to se praktično ne događa, jer u stvarnosti postoji neravnomernost deformisanja po visini preseka i ona ima određeno stabilizaciono dejstvo. Zbog toga se plastični materijali, kao što su na primer malougljenični čelici od kojih se izraduju karoserijski limovi, sa  $n \approx 0,2 - 0,4$  mogu često savinjati i za  $180^\circ$  preko relativno oštarih ivica bez pojave znakova razaranja. Pri tome se može postići izduženje čak do  $\gamma_{max} = 0,7$ , što znatno prelazi iznos za  $n [2]$ .

Pri razjašnjenju pojave lokalizacije treba imati u vidu i to da se ova pojava, usled manje ili veće nehomogenosti u gradji realnih materijala, odražava najpre na najslabijim i usko lokalizovanim mestima. To istovremeno znači da u tim početnim trenucima mnoge susedne čestice materijala mogu i dalje da intenzivno očvršćavaju, tj. da podnose odgovarajuće poraste naprezanja. Jasno je da se to ne može tako odvijati neograničeno, pa će usled povećanog deformisanja u oslabljenoj zoni svakako doći do intenzivne lokalizacije - kontrakcije, koja prethodi razaranju materijala na tom mestu. U kojoj će meri ova lokalizacija biti postepena, odnosno nagla, zavisi prvenstveno od svojstava materijala i naponske šeme.

Korisno će biti da se na ovom mestu još jedanput ukaže na izvesne razlike u spoljnjem manifestovanju lokalizacije pri različitim naponskim stanjima, usled kojih ponekad dolazi i do pomenutih terminoloških neusklađenosti. Naime, vid lokalizacije, odnosno kontrakcije, koja je karakteristična za jednoosno istezanje opitnih epruveta, ne može se pri dvoosnom istezanju ostvariti ni iz čisto geometrijskih razloga (tada dolazi u obzir samo vidljivo stanjenje, a ne i izraženo suženje po širini), pa je jasno da svojstva materijala po debljini ("r - faktor") pri ovome moraju igrati veoma značajnu ulogu, a takodje će i uticaj geometrijskog oblika smanjenog preseka<sup>na</sup> naponsko stanje biti drukčiji. Osim toga, treba imati u vidu da se pri dvoosnom istezanju maksimalna glavna deformacija ostvaruje u pravcu debljine lima ( $\gamma_3$ ) i da je ona u apsolutnom smislu jednaka zbiru glavnih deformacija u njegovoj ravni ( $\gamma_1 + \gamma_2$ ). Pri jednoosnom istezanju, međjutim, maksimalna deformacija je pozitivna ( $\gamma$ ) i ona leži u ravni lima, pa je i iz te okolnosti realno očekivati razlike u gra-

ničnim iznosima maksimalnih stalnih deformacija ( $\bar{\epsilon}_{EM}$ ). Prema tome, iako se i u slučaju jednoosnog istezanja govori o postojanju difuzne lokalizacije, njen vid je ipak drugačiji od onog pri dvoosnom istezanju i, strogo posmatrano, može se govoriti samo o analogiji među njima. Ukoliko se, međutim, na ovo posebno ne ukaže, a pri tome ipak koriste isti nazivi, onda lako može doći do nesporazuma. Zbog toga je na početku i predloženo uvodjenje posebnog termina - ograničena, odnosno uslovna, lokalizacija za slučajeve koji u osnovi, bar približno, odgovaraju slučaju jednoosnog zatezanja ( $0 \leq m \leq 0.5$ ).

Najzad, najopštiji zaključak koji se može izvući u vezi sa pitanjem da li će u nekom određenom slučaju za određivanje granične deformabilnosti biti merodavan kriterijum zasnovan na pojavi difuzne, ili pak nagle, lokalizacije deformisanja, jeste da to zavisi prvenstveno od naponskog stanja i koeficijenta normalne anizotropije  $r$ . U tom smislu veoma pregledan uvid pruža sl. 6.

### 3. Kriterijumi difuzne i nagle lokalizacije deformisanja u uslovima opšte anizotropije plastičnosti

Navedeni odnosi postaju znatno složeniji ako se uzme u obzir postojanje anizotropije svojstava u svim pravcima (opšta anizotropija, a ne samo normalna). Saglasno teoriji anizotropije plastičnosti koju je uveo Hill [11], pogodno je da se nejednačenost svojstava materijala u tri međusobno upravna pravca uzme u obzir preko tzv. parametara anizotropije: F, G, H, L, M, N. Poznato je da će u tom slučaju uslov plastičnosti biti [11, 7]:

$$\sigma_e = \sqrt{\frac{3}{2} \frac{1}{F+G+H} [F(\sigma_y - \sigma_x)^2 + G(\sigma_z - \sigma_x)^2 + H(\sigma_x - \sigma_y)^2 + \sqrt{2L\tau_{yz}^2 + 2M\tau_{zx}^2 + 2N\tau_{xy}^2}]} \dots \dots \dots (11)$$

odnosno, za ravansko naponsko stanje i glavne napone <sup>\*)</sup>:

<sup>\*)</sup> Ovdje, a i u daljem, pretpostavljena je podudarnost glavnih osa napona sa glavnim osama anizotropije.

$$\sigma_e = \sqrt{\frac{3}{2} \frac{1}{F+G+H} [(G+H)\sigma_1^2 - 2H\sigma_1\sigma_2 + (F+H)\sigma_2^2]} \dots \dots (12)$$

Pod pretpostavkom da se deformisanje odvija proporcionalno (tzv. prosto naprezanje), moći će da se za ekvivalentnu deformaciju piše<sup>\*)</sup>:

$$\gamma_e = \sqrt{\frac{2}{3} \frac{F+G+H}{FG+GH+HF} (F\gamma_1^2 + G\gamma_2^2 + H\gamma_3^2)} \dots \dots (13)$$

Osim toga, poznate Levy-Mises-ove jednačine plastičnog tečenja u ovom slučaju će imati oblik:

$$\gamma_1 = \lambda [(G+H)\sigma_1 - H\sigma_2] \dots \dots (14a)$$

$$\gamma_2 = \lambda [(F+H)\sigma_2 - H\sigma_1] \dots \dots (14b)$$

$$\gamma_3 = -\lambda (G\sigma_1 + F\sigma_2) \dots \dots (14c)$$

pri čemu se podrazumeva poklapanje glavnih osa deformacija sa glavnim osama napona, dok se u opštem slučaju ovo poklapanje može odnositi samo na glavne ose priraštaja deformacija.

Da bi moglo da se izvrši teoretsko definisanje dijagrama granične deformabilnosti (čiji je prvobitan oblik svojevremeno ustanovljen eksperimentalno od strane Keeler-a i Goodwin-a), polazi se od usvojenog kriterijuma za početak nestabilnosti plastičnog deformisanja. Prema prednjem, taj kriterijum može biti dvojak: a) početak difuzne - b) početak nagle kontrakcije lima. Razradu ovog problema, uz korišćenje oba kriterijuma, vršili su Swift, Moore, Wallace i dr. oslanjajući se na teoriju Hill-a, kao i napred naznačenih razmatranja Keeler-a i Backofen-a.

### 3.1. Odnosi koji postoje pri difuznoj kontrakciji

Ako se jednačina (12) prikaže u funkciji naponskog odnosa m,

\*) U protivnom, ako naprezanje ne bi bilo prosto, umesto konačne deformacije  $\gamma$  morala bi se pisati oznaka za njen mali priraštaj  $d\gamma$ , ili za malu relativnu deformaciju  $\epsilon$ .

dobiće se:

$$\sigma_e = \sigma_1 \sqrt{\frac{3}{2} \frac{1}{F+G+H} [(G+H) - 2Hm + (F+H)m^2]} \dots \dots \dots (15)$$

dok će Levy-Mises-ove jednačine glasiti:

$$\frac{\gamma_1}{(G+H) - Hm} = \frac{\gamma_2}{(F+H)m - H} = - \frac{\gamma_3}{G+Hm} \dots \dots \dots (16a)$$

ili

$$\frac{d\gamma_1}{(G+H) - Hm} = \frac{d\gamma_2}{(F+H)m - H} = - \frac{d\gamma_3}{G+Hm} = d\lambda = \frac{d\sigma_e}{\frac{2}{3}(F+G+H)\sigma_e} \quad (16b)$$

(za opšti slučaj - kada deformisanje nije proporcionalno).

Totalni diferencijal jednačine (12) biće

$$d\sigma_e = \frac{\partial \sigma_e}{\partial \sigma_1} d\sigma_1 + \frac{\partial \sigma_e}{\partial \sigma_2} d\sigma_2$$

odnosno

$$\frac{\partial \sigma_e}{\partial \sigma_1} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{2} \frac{1}{F+G+H}} \cdot \frac{2(G+H)\sigma_1 - 2H\sigma_2}{\sqrt{(G+H)\sigma_1^2 - 2H\sigma_1\sigma_2 + (F+H)\sigma_2^2}}$$

$$\frac{\partial \sigma_e}{\partial \sigma_2} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{2} \frac{1}{F+G+H}} \cdot \frac{2(F+H)\sigma_2 - 2H\sigma_1}{\sqrt{(G+H)\sigma_1^2 - 2H\sigma_1\sigma_2 + (F+H)\sigma_2^2}}$$

$$d\sigma_e = \sqrt{\frac{3}{2} \frac{1}{F+G+H}} \cdot \frac{[(G+H)\sigma_1 - H\sigma_2] \cdot d\sigma_1 + [(F+H)\sigma_2 - H\sigma_1] \cdot d\sigma_2}{\sqrt{(G+H)\sigma_1^2 - 2H\sigma_1\sigma_2 + (F+H)\sigma_2^2}}$$

Posle uvođenja odnosa  $m$  (množenjem i deljenjem sa  $\sigma_1$ ) biće

$$d\sigma_e = \sqrt{\frac{3}{2} \frac{1}{F+G+H}} \cdot \frac{[(G+H)-Hm] \cdot d\sigma_1 + [(F+H)m-H] \cdot d\sigma_2}{\sqrt{(G+H)-2Hm+(F+H)m^2}} \dots\dots (17)$$

Swift je pri ovim analitičkim razmatranjima počeo od toga da u trenutku nastajanja nestabilnosti (difuzne kontrakcije), treba da budu ispunjena sledeća dva uslova:

$$\frac{d\sigma_1}{d\gamma_1} = \sigma_1 \quad i \quad \frac{d\sigma_2}{d\gamma_2} = \sigma_2 \quad \dots\dots\dots (18)$$

Iz odnosa (16.b) sledi

$$\frac{d\gamma_1}{d\gamma_2} = \frac{G+H-Hm}{(F+H)m-H} = \frac{d\sigma_1}{\sigma_1} \cdot \frac{\sigma_2}{d\sigma_2} = \frac{d\sigma_1}{d\sigma_2} \cdot m$$

ti.

$$d\sigma_1 = \sigma_1 d\gamma_1 = \sigma_1 \frac{G+H-Hm}{(F+H)m-H} d\gamma_2 = \frac{G+H-Hm}{(F+H)m-H} \frac{\sigma_2 d\gamma_2}{m}$$

$$d\sigma_2 = \sigma_2 d\gamma_2 = \sigma_2 \frac{(F+H)m-H}{G+H-Hm} d\gamma_1 = \frac{(F+H)m-H}{G+H-Hm} m \sigma_1 d\gamma_1$$

Sada se u jednačini (17) može izvršiti zamena  $d\sigma_1$  i  $d\sigma_2$  prednjim izrazima, pa se dobija

$$d\sigma_e = \sqrt{\frac{3}{2} \frac{1}{F+G+H}} \cdot \frac{[(G+H)-Hm] \sigma_1 d\gamma_1 + [(F+H)m-H] \frac{(F+H)m-H}{(G+H)-Hm} m \sigma_1 d\gamma_1}{\sqrt{(G+H)-2Hm+(F+H)m^2}} \dots\dots (19)$$

$$d\sigma_e = \sqrt{\frac{3}{2} \frac{1}{F+G+H}} \cdot \frac{(G+H)-Hm+m \cdot \frac{[(F+H)m-H]^2}{(G+H)-Hm}}{\sqrt{(G+H)-2Hm+(F+H)m^2}} \sigma_1 d\gamma_1 \dots\dots\dots (20)$$

Da bi se izvršila transformacija izraza za  $\gamma_e$  sa istim ciljem - da se dobije  $d\gamma_e$  u funkciji od  $m$  i  $d\gamma_1$ , može se postupiti tako što će se umesto  $\gamma$  u jednačinu (13) uvesti  $d\gamma$ , tj.

$$d\gamma_e = \sqrt{\frac{3}{2} \frac{F+G+H}{FG+GH+HF} (Fd\gamma_1^2 + Gd\gamma_2^2 + Hd\gamma_3^2)} \dots \dots \dots (21)$$

Umesto  $d\gamma_2$  i  $d\gamma_3$  u ovu jednačinu se mogu uvrstiti izrazi koji slede iz jednačina (16b)

$$d\gamma_2 = \frac{(F+H)m-H}{(G+H)-Hm} d\gamma_1$$

$$d\gamma_3 = -\frac{G+Hm}{(G+H)-Hm} d\gamma_1$$

$$d\gamma_e = \sqrt{\frac{2}{3} \frac{F+G+H}{FG+GH+HF} \left\{ F+G \left[ \frac{(F+H)m-H}{(G+H)-Hm} \right]^2 + H \left[ -\frac{G+Hm}{(G+H)-Hm} \right]^2 \right\}} d\gamma_1 =$$

$$= \sqrt{\frac{2}{3} \frac{F+G+H}{FG+GH+HF} \cdot \frac{\sqrt{F[(G+H)-Hm]^2 + G[(F+H)m-H]^2 + H(G+Hm)^2}}{(G+H)-Hm}} d\gamma_1$$

$$d\gamma_e = \sqrt{\frac{2}{3}(F+G+H) \cdot \frac{\sqrt{(F+H)m^2 - 2Hm + (G+H)}}{(G+H)-Hm}} d\gamma_1 \dots \dots \dots (22)$$

Kako u trenutku nastajanja lokalizacije mora biti

$$\frac{d\sigma_e}{d\gamma_e} = \frac{\sigma_e}{S_D}$$

to će se izraz za subtangentu dobiti iz ovog odnosa - kada se umesto  $\sigma_e$ ,  $d\sigma_e$  i  $d\gamma_e$  uvedu izvedene jednačine (15), (20), (22). Ujedno će se pri tome iz njih eliminisati članovi  $d\gamma_1$  i  $\sigma_1$ , pa će se dobiti izraz za subtangentu u funkciji odnosa  $m$ :



$$S_D = \sigma_e \frac{d\gamma_e}{d\sigma_e}$$

$$S_D = \sqrt{\frac{2}{3}(F+G+H)} \cdot \frac{\sqrt{[(F+H)m^2 - 2Hm + (G+H)]^3}}{[(G+H)-Hm]^2 + [(F+H)m - H]^2} \cdot m \dots \dots \dots (23)$$

Pogodno je da se pojedini članovi i u brojitelju i u imenitelju podele sa H :

$$S_D = \sqrt{\frac{2}{3}\left(\frac{F}{H} + \frac{G}{H} + 1\right)} \cdot \frac{\sqrt{\left[\left(1 + \frac{F}{H}\right)m^2 - 2m + \left(1 + \frac{G}{H}\right)\right]^3}}{\left[1 + \frac{G}{H} - m\right]^2 + \left[\left(\frac{F}{H} + 1\right)m - 1\right]^2} \cdot m$$

Za izotropan materijal može se uzeti da je  $\frac{F}{H} = \frac{G}{H} = \frac{H}{H} = 1$  pa se dobija

$$S_D = \frac{4(m^2 - m + 1)^{3/2}}{(1+m)(4m^2 - 7m + 4)} \dots \dots \dots (24)$$

U slučaju izotropnosti materijala u ravni lima biće  $F = G$ , pa se u izraz može uvesti koeficijent normalne anizotropije r:

$$\frac{H}{F} = \frac{H}{G} = r$$

$$S_D = \sqrt{\frac{2(2+r)}{3}} \cdot \frac{\sqrt{[(1+r)m^2 - 2rm + (1+r)]^3}}{(1+r)^2 m^3 - (2+r)rm^2 - (2+r)rm + (1+r)^2} \dots \dots (25)$$

Medjutim, na ovaj način je dobijena samo indirektna mera veličine ostvarene deformacije do trenutka kada nastaje nestabilnost. Direktni pokazatelji u tom smislu mogu biti deformacije  $\gamma_1$  i  $\gamma_2$  (dakle, u ravni lima), koje se do tog trenutka ostvare na kritičnom mestu dela koji se deformiše. Zato je od posebnog značaja upravo njihovo definisanje (uostalom, na početku ovog poglavlja je i postavljen zadatak da se teorijski izrazi dijagram granične deformabilnosti, koji predstavlja grafičku zavisnost  $\gamma_{1D} - \gamma_2$ ).

Kako Levy - Mises-ove jednačine za ekvivalentan napon i ekvivalentnu deformaciju glase:

$$d\gamma_e = d\lambda \frac{2}{3}(F+G+H)\sigma_e$$

to je

$$d\gamma_1 = \frac{(G+H)-Hm}{\frac{2}{3}(F+G+H)\sigma_e} d\gamma_e$$

a kada se  $\sigma_e$  zameni koristeći jednačinu (15) dobija se, uz dalju pretpostavku da je deformisanje proporcionalno u okviru posmatranog procesa:

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= \frac{(G+H)-Hm}{\frac{2}{3}(F+G+H) \cdot \sqrt{\frac{2}{3} \frac{1}{F+G+H} [(G+H)-2Hm+(F+H)m^2]}} \cdot \gamma_e = \\ &= \frac{[(G+H)-Hm]\gamma_e}{\sqrt{\frac{2}{3}(F+G+H)[(G+H)-2Hm+(F+H)m^2]}} \end{aligned}$$

i konačno

$$\gamma_1 = \frac{\left[\left(\frac{G}{H}+1\right)-m\right]\gamma_e}{\sqrt{\frac{2}{3} \cdot \left(\frac{F}{H} + \frac{G}{H} + 1\right) \cdot \left[\left(\frac{G}{H}+1\right) - 2m + \left(\frac{F}{H}+1\right)m^2\right]}} \dots \dots \dots (26a)$$

Za deformaciju  $\gamma_2$  dobija se na analogan način:

$$\gamma_2 = \frac{\left[\left(\frac{F}{H}+1\right)m-1\right]\gamma_e}{\sqrt{\frac{2}{3} \cdot \left(\frac{F}{H} + \frac{G}{H} + 1\right) \cdot \left[\left(\frac{G}{H}+1\right) - 2m + \left(\frac{F}{H}+1\right)m^2\right]}} \dots \dots \dots (26b)$$

Da bi se odredila kritična deformacija  $\gamma_{1D}$  potrebno je da se usvoji jedna od poznatih analitičkih veza između ekvivalentnog napona i deformacija:

$$\sigma_e = C \gamma_e^n \quad (\text{prema Ludwik-u}) \dots \dots \dots (27)$$

$$\sigma_e = A(B + \gamma_e)^{n_1} \quad (\text{prema Swift-u}) \dots \dots \dots (28)$$

gde je  $n$  odnosno  $n_1$  - eksponent deformacionog očvršćavanja materijala.

Kako je prema prvoj jednačini

$$\frac{d\sigma_e}{d\gamma_e} = n C \gamma_e^{n-1} = \frac{\sigma_e}{S_D} = n C \frac{\gamma_e^n}{\gamma_e} = n \frac{\sigma_e}{\gamma_e}$$

to je kritična deformacija

$$\gamma_{eD} = n S_D \dots \dots \dots (29)$$

Na sličan način dobija se za slučaj korišćenja jednačine (28):

$$\frac{d\sigma_e}{d\gamma_e} = \frac{n_1 \sigma_e}{B + \gamma_e} = \frac{\sigma_e}{S_D}$$

pa je

$$\gamma_{eD} = n_1 S_D - B \dots \dots \dots (30)$$

Na taj način, znajući eksponent deformacionog očvršćavanja i izraz za kritičnu vrednost subtangente, može se doći do iznosa deformacija  $\gamma_1$  i  $\gamma_2$  u kritičnom trenutku procesa, odnosno može se dobiti dijagram granične deformabilnosti.

### 3.2. Odnosi koji postoje pri nagloj kontrakciji

I u ovom slučaju odgovarajući analitički odnosi dobijaju se na osnovu izraza za kritičnu vrednost subtangente ( $S_N$ ) - ali onu koja odgovara trenutku nastajanja nagle kontrakcije (lokalizacije), a ne difuzne (kao u prethodnom slučaju). Pri tome se koriste postavke Hill-a u vezi sa uglom pod kojim je orijentisana brazda lokalizovanog deformisanja (u odnosu na glavni pravac napona), brzinom, specifičnim radom plastičnog deformisanja, deformacionim očvršćavanjem i dr. [4]. Ne ulazeći na ovom mestu u detaljno izvodjenje izraza za subtangentu, navodi se samo njegov konačan oblik:

$$S_N = \frac{\sqrt{\frac{2}{3}(F+G+H)[(G+H)\sigma_1^2 - 2H\sigma_1\sigma_2 + (H+F)\sigma_2^2]}}{G\sigma_1 + F\sigma_2}$$

a posle deljenja brojitelja i imenitelja sa  $\sigma_1$  i  $H$ :

$$S_N = \frac{\sqrt{\frac{2}{3}\left(\frac{F}{H} + \frac{G}{H} + 1\right)\left[\left(\frac{G}{H} + 1\right) - 2m + \left(\frac{F}{H} + 1\right)m^2\right]}}{\frac{G}{H} + \frac{F}{H} m} \quad (31)$$

Za slučaj izotropnog materijala biće  $\frac{F}{H} = \frac{G}{H} = 1$  pa izraz prelazi u:

$$S_N = \frac{2\sqrt{m^2 - m + 1}}{1 + m}$$

Inače, izrazi za deformacije  $\gamma_1$  i  $\gamma_2$ , uključujući i kritičnu vrednost deformacije  $\gamma_i$ :  $\gamma_{iN}$  isti su kao i u prethodnom slučaju (jednačina 15), stim što u njih treba uvrstiti za ekvivalentnu deformaciju:

$$\gamma_{eN} = n S_N$$

odnosno

$$\gamma_{eN} = n_1 S_N^{-B}$$

(po analogiji sa jedn. 29. i 30).

Kako je napred već naglašeno, nagla kontrakcija ne može se pri većim vrednostima za  $m$  ostvariti iz čisto geometrijskih razloga ( $d\gamma_2 > 0$ ). Pokazano je da za izotropan materijal mora biti  $m < 0,5$  da bi ovakva lokalizacija mogla da se ostvari. Medjutim, za anizotropan materijal mora biti

$$m < \frac{H}{H+F}$$

Imajući u vidu da se pri obradi limova najčešće sreću slučajevi kod kojih je  $d\gamma_2^0 > 0$ , lako je zaključiti da će kriterijum zasnovan na pojavi difuzne lokalizacije biti od većeg praktičnog interesa.

### Literatura

1. S. Keeler, W. Backofen: "Plastic Instability and Fracture in Sheets Stretched over Rigid Punches", Transactions of the ASM 56, 1963,
2. W. Ziegler: "Grenzen der Umformbarkeit bei der Blechverarbeitung", Blech, 6/1972.
3. W. Ziegler: "Plastische Instabilität als Ursache für das Reißen von Werkstoffen bei der Kaltformgebung", Arch. Eisenhüttenwes., 42/1971.
4. V. Hašek: "Über den Formänderungs - und Spannungszustand beim Ziehen von grossen unregelmässigen Blechteilen", Ver. W. Girardet, Essen, 1973.
5. R. Pearce: "A Users' Guide to Forming Limit Diagrams", Sheet Met. Ind., December, 1971.
6. P. Jongenburger: "Mechanical Properties of Steel Sheet", Deep. Drawing Conference, Amsterdam, 1972.
7. G. Moore, J. Wallace: "The Effect of Anisotropy on Instability in Sheet-Metal Forming", Journal of the Inst. of Metals, Vol. 93, 1964 - 1965.
8. R. Venter, M. Malherbe: "Theoretical Estimate of the Keeler - Goodwin Formability Curve", Sheet Met. Ind., September, 1971.
9. B. Devedžić: "Osnovi teorije plastičnog deformisanja metala", Mašinski fakultet u Kragujevcu, 1975.
10. W. Ziegler: "Probleme beim Prüfen von Werkstoffen für die Blechumformung", Blech, 6/1974.
11. R. Hill: "The Mathematical Theory of Plasticity", Oxford Univ. Press., London, 1950.

DEVEDŽIĆ M.B.

DIFUZNA I NAGLA LOKALIZACIJA DEFORMISANJA  
PRI IZVLAČENJU DELOGA OD LIMA I NJEN ZNAČAJ

R e z i m e

U radu se detaljno analizira problematika teorijskog definisanja naponsko-deformacionih odnosa koji odgovaraju trenutku početka lokalizovanja deformisanja pri izvlačenju delova od lima. Autor najpre ukazuje na neke neusaglašenosti u različitim literaturnim izvorima u pogledu definisanja nagle i difuzne lokalizacije deformisanja. Pri tome je izveden zaključak o potrebi uvođenja posebnog pojma uslovne difuzne lokalizacije.

Koristeći kriterijume za dva osnovna vida lokalizacije, izvedeni su teorijski odnosi koji su karakteristični za svaki od njih.

U drugom delu rada izvedeni su analitički izrazi za granične veličine glavnih deformacija u kritičnoj zoni otpreska - za slučaj anizotropnog materijala. U ovim složenim izrazima figurišu, kako parametri anizotropije, tako i naponski odnosi. U jednostavnijim slučajevima parametri anizotropije nestaju, pa se izrazi pojednostavljuju. Njihova grafička interpretacija dovodi do teorijske krive granične deformabilnosti lima.

VERTEILTE UND ÖRTLICHE EINSCHNÜRUNG BEIM  
ZIEHEN VON BLECHTEILEN UND IHRE BEDEUTUNG

Zusammenfassung

In der Arbeit wird die Problematik der theoretischen Definierung von Spannungs- und Formänderungsbeziehungen, die dem Moment des Einschnürbeginns beim Ziehen von Blechteilen entsprechen, bis in Details analysiert. Der Verfasser weist zunächst auf gewisse Uneinstimmigkeiten in verschiedenen Literaturquellen, in Hinsicht auf Definierung der örtlichen und verteilten Einschnürung hin. Dabei wurde die Schlussfolgerung über die Notwendigkeit eines besonderen Begriffes einer bedingten verteilten Einschnürung gezogen.

Die Kriterien für zwei Grundformen der Einschnürungen benutzend, wurden theoretische Verhältnisse gezogen, die für jedes einzelnen von ihnen charakteristisch sind.

Im zweiten Teil der Arbeit wurden analytische Ausdrücke für die Hauptgrenzformänderungen im kritischen Bereich des Blechteils - für den Fall des anisotropen Materials - abgeleitet. In diesen zusammengesetzten Ausdrücken figurieren sowohl Parameter der Anisotropie, als auch Spannungsbeziehungen. Bei einfacheren Fällen schwinden die Parameter der Anisotropie weg, und die Ausdrücke werden vereinfacht. Ihre graphische Darstellung führt zum theoretischen Grenzformänderungsschaubild von Blech.